

K-A1

Svolgete i seguenti calcoli:

a) $10^3 \cdot 10^5 = ?$ $(10^3)^3 = ?$ $10^8 + 10^2 = ?$ $\frac{10^{20}}{10^{-11} \cdot 10^{24}} = ?$

b) $25.764 + 113.22 = ?$ $\frac{25.764}{113.22} = ?$

c) In un triangolo rettangolo l'angolo β formato dall'ipotenusa e dal cateto maggiore "b" vale: $\beta = 25''.88$. Detto "a" il cateto opposto all'angolo β , se $b = 384.4 \cdot 10^3$ km quanto vale "a"?

K-A3

Un asteroide dista dal Sole 2.978 UA al perielio e 9.022 UA all'afelio. Determinate il semiasse maggiore, in UA e in km, e l'eccentricità dell'orbita. Calcolate il periodo di rivoluzione dell'asteroide. Stimare di quanto cambierebbe il periodo se l'eccentricità dell'orbita si dimezzasse.

K-A4

Calcolate la velocità orbitale media della Luna intorno alla Terra e della Terra intorno al Sole in km/s. Assumete orbite circolari con raggio pari al semiasse maggiore.

K-A7

Tra il 21 Marzo e il 22 Settembre trascorrono 186 giorni, mentre tra il 23 Settembre e il 20 Marzo ne trascorrono 179. Eppure in ognuno dei due intervalli di tempo la Terra percorre esattamente metà della sua orbita intorno al Sole. Date una spiegazione del fenomeno.

K-A10

L'Asteroide 704 "Interamnia", scoperto nel 1910, percorre intorno al Sole un'orbita stabile in prossimità dell'eclittica con eccentricità $e = 0.151$ e periodo $T = 5.35$ anni. Si dica se l'asteroide costituisce una minaccia per la Terra.

K-A12

Un asteroide ha semiasse maggiore dell'orbita $a = 329.7 \cdot 10^6$ km ed eccentricità $e = 0.221$. Una cometa dista dal Sole 3.604 UA all'afelio e 0.804 UA al perielio. Quale dei due corpi ha periodo di rivoluzione maggiore?

K-A16

Calcolate il minimo periodo di rivoluzione (in anni e in hh:mm) di un satellite che si muove su un'orbita circolare intorno al Sole e di uno che si muove su un'orbita circolare intorno alla Terra. Si assuma per il Sole e per la Terra una forma perfettamente sferica.

Soluzioni:

K-A1

a) $10^3 \cdot 10^5 = 10^8$ $(10^3)^3 = 10^9$ $10^8 + 10^2 \sim 10^8$ (10^2 è trascurabile rispetto a 10^8)

$$\frac{10^{20}}{10^{-11} \cdot 10^{24}} = 10^7$$

b) $25.764 + 113.22 = 138.98$ $25.764/113.22 = 0.22756$

Nota: In una somma il numero di cifre dopo la virgola da riportare nel risultato è pari a quelle del valore con precisione minore. In un prodotto, o una divisione, bisogna considerare le "cifre significative" del valore

con precisione minore. Se una misura ha valore 25.764 significa che l'apparato di misura non è in grado di apprezzare quantità inferiori al millesimo, l'errore sul dato sarà di ± 0.001 e le cifre significative sono 5. Anche per il valore 113.22 le cifre significative sono 5. Altri esempi: per il valore 0.734 le cifre significative sono 3, per il valore 0.7340 le cifre significative sono 4, per il valore 0.0042 le cifre significative sono 2. Dalla teoria degli errori sappiamo che possiamo esprimere il risultato finale del rapporto (o prodotto) di due grandezze con un numero di cifre significative pari, con buona approssimazione, al numero di cifre significative della quantità misurata con precisione minore.

c) $\beta = 25''.88 = 0.0072^\circ$, $a = b \cdot \operatorname{tg} \beta = 48.23 \text{ km}$

K-A3

Il semiasse maggiore vale: $a = (D_a + D_p) / 2 = 6 \text{ UA} = 897.6 \cdot 10^6 \text{ km}$. Dalla relazione $D_A = a(1+e)$ ricaviamo $e = 0.5037$. Il periodo di rivoluzione, che non dipende dall'eccentricità dell'orbita ma solo dal semiasse maggiore, si ottiene dalla III legge di Keplero e vale $T = \sqrt{a^3} = 14.70 \text{ anni}$

K-A4

La circonferenza dell'orbita della Luna è pari a $2.415 \cdot 10^6 \text{ km}$. Il periodo di rivoluzione della Luna, mese siderale, è $\cong 2360600 \text{ s}$, quindi la velocità media di rivoluzione della Luna intorno alla Terra è: $v_{mL} = 1.023 \text{ km/s}$. La circonferenza dell'orbita terrestre è pari a $940.0 \cdot 10^6 \text{ km}$. Il periodo di rivoluzione della Terra, anno siderale, è $\cong 31558000 \text{ s}$, quindi la velocità media di rivoluzione della Terra intorno a Sole è: $v_{mT} = 29.79 \text{ km/s}$.

K-A7

Dalla II legge di Keplero sappiamo che la velocità con cui un pianeta si muove lungo la sua orbita intorno al Sole dipende dalla distanza ed è massima al perielio e minima all'afelio. Nel periodo 21 marzo - 22 settembre è compreso l'istante in cui la Terra si trova all'afelio, quindi in questo intervallo la Terra si muove più lentamente di quanto non faccia nell'altro intervallo, quello invernale, in cui è compreso l'istante in cui passa al perielio.

K-A10

Il semiasse maggiore dell'orbita di 704 Interamnia si trova applicando la III legge di Keplero: $a^3 \text{ (UA)} = T^2 \text{ (anni)}$, da cui $a = 3.06 \text{ UA}$. Le distanze all'afelio e al perielio valgono: $d_A = a(1+e) = 3.52 \text{ UA}$; $d_p = a(1-e) = 2.60 \text{ UA}$. Il semiasse minore dell'orbita si ricava dalla relazione: $b = a\sqrt{1-e^2} = 3.02 \text{ UA}$. Quindi tutta l'orbita (sul piano dell'eclittica, ma stabile, come specificato nel testo) si trova ben all'esterno di quella della Terra.

K-A12

Il periodo di rivoluzione dell'asteroide (T) in anni si ricava dalla relazione $T = \sqrt{a^3}$ esprimendo il semiasse maggiore dell'orbita in UA. Poiché $329.7 \cdot 10^6 \text{ km} \cong 2.204 \text{ UA}$, otterremo $T = \sqrt{2.204^3} = \sqrt{10.71} = 3.272 \text{ anni}$. Il periodo non dipende dall'eccentricità dell'orbita. Il semiasse maggiore dell'orbita della cometa si può ricavare dalla relazione: $a = \frac{D_a + D_p}{2} = 2.204 \text{ UA}$. Poiché il semiasse maggiore dell'orbita dei due corpi è uguale, anche il periodo di rivoluzione dei due corpi è uguale e vale 3.272 anni.

K-A16

Il minimo periodo di rivoluzione si ha per orbite che sfiorano la fotosfera/superficie. Per il satellite che ruota intorno al Sole il semiasse maggiore vale: $a = R_\odot = 695475 \text{ km} = 4.649 \cdot 10^{-3} \text{ UA}$. Quindi dalla III legge di Keplero: $T = \sqrt{(4.649 \cdot 10^{-3})^3} = 3.170 \cdot 10^{-4} \text{ anni} = 10004 \text{ s} \cong 2 \text{ h } 47 \text{ m}$. Per il satellite

che ruota intorno alla Terra avremo invece: $T = \sqrt{\frac{4\pi^2 \cdot R_T^3}{G \cdot M_T}} = \sqrt{\frac{39.48 \cdot 2.594 \cdot 10^{20}}{6.674 \cdot 10^{-11} \cdot 5.97 \cdot 10^{24}}} = \sqrt{2.57 \cdot 10^7} \cong 5070 \text{ s} \cong 1 \text{ h } 24 \text{ m}$