Olimpiadi Italiane di Astronomia 2018

INAF – Osservatorio Astrofisico di Catania

Corso di preparazione alla Gara Interregionale: Categoria Senior

Incontro 1: 25 gennaio 2018
A cura di: Giuseppe Cutispoto e Mariachiara Falco

Problema K-A1

a) $10^3 \cdot 10^5 = ?$ $(10^3)^3 = ?$ $10^8 + 10^2 = ?$
b) 25.764 + 13.22 = ? 25.764 / 13.22 = ?
c) In un triangolo rettangolo l'angolo formato dall'ipotenusa e dal cateto "b" vale β = 25".88. Detto "a" il cateto opposto all'angolo β se b = $384.4 \cdot 10^3$ km quanto vale "a"?

Problema K-A3

Un asteroide dista dal Sole 2.978 UA al perielio e 9.022 UA all'afelio. Determinate il semiasse maggiore, in UA e in km, e l'eccentricità dell'orbita. Calcolate il periodo di rivoluzione dell'asteroide. Stimate di quanto cambierebbe il periodo se l'eccentricità dell'orbita si dimezzasse.

Problema K-A5

Il Sole ruota intorno al centro della Galassia, da cui dista circa 8 kpc, con una velocità $v_T \sim 225$ km/s. Approssimando il percorso a una retta, quale distanza, in km e in UA, percorre in un anno? Dopo quanto tempo avrà percorso un anno luce? Quanto tempo impiega per compiere una rivoluzione completa attorno al centro della Galassia? Supponendo che il periodo di rivoluzione sia rimasto invariato, quante rivoluzioni complete intorno al centro galattico ha effettuato il Sole fino a oggi ?

Problema K-A6

La cometa di Halley dista dal Sole $87.67 \cdot 10^9$ m al perielio e $52.48 \cdot 10^{11}$ m all'afelio. La sua velocità al perielio è di 54.6 km/s. Calcolare la velocità all'afelio in km/s e in m/s e il periodo di rivoluzione della cometa in anni. In realtà il periodo della Halley non è costante, sapete spiegare perché ?

Problema K-A11

Può una cometa avere un periodo di rivoluzione di un anno e una distanza all'afelio maggiore di quella di Marte?

Problema K-A14

Un asteroide ha un raggio di 200 km e la sua densità media è pari a quella di Mercurio. Calcolate il valore dell'accelerazione di gravità alla superfice dell'asteroide in m/s^2.

Problema K-A16

Calcolate il minimo periodo di rivoluzione (in anni e in hh:mm) di un satellite che si muove su un'orbita circolare intorno al Sole e di uno che si muove su un'orbita circolare intorno alla Terra. Si assuma per il Sole e per la Terra una forma perfettamente sferica.

Problema K-A18

Secondo un mito greco un giorno il dio Efesto, che si trovava in cielo, lasciò cadere il suo incudine sulla Terra. L'incudine impiegò nove giorni per schiantarsi al suolo. Calcolate l'altezza del cielo secondo questo mito.

Problema K-A28

A una massima elongazione la distanza angolare di Venere dal Sole era di 46° 19', mentre la Terra si trovava esattamente a 1 UA dal Sole. Ricavate a che distanza si trovava Venere dal Sole in UA e in km. Quando valeva la distanza Terra-Venere, in UA e in km, per quella massima elongazione?

Problema K-A32

La Stazione Spaziale Internazionale (ISS) orbita intorno alla Terra a un'altezza media di h = 412 km. Calcolate il valore dell'accelerazione di gravità della Terra a quell'altezza. Perché vediamo gli astronauti a bordo della IIS "fluttuare" come se l'accelerazione di gravità fosse pari a zero?

Problema K-A41

A che distanza dalla Terra sulla congiungente Terra-Sole le forze di gravità esercitate su un corpo di piccola massa dalla Terra e dal Sole sono uguali in modulo?

Soluzioni:

Problema K-A1

a) $10^3 \cdot 10^5 = 10^8$ $\quad (10^3)^3 = 10^9$ $\quad 10^8 + 10^2 \sim 10^8$ (ciò in quanto la seconda grandezza è trascurabile rispetto alla prima)

b) 25.764 + 13.22 = 38.98 $\quad$ 25.764/13.22 = 1.949

Nota: *In una somma il numero di cifre dopo la virgola da riportare nel risultato è pari a quelle del valore con precisione minore. In un prodotto, o una divisione, bisogna considerare le "cifre significative" del valore con precisione minore. Se una misura ha valore 25.764 significa che l'apparato di misura non è in grado di apprezzare quantità inferiori al millesimo e l'errore sul dato sarà (se non diversamente riportato) di ± 0.001 e cifre significative sono 5. Per il valore 13.22 le cifre significative sono invece 4. Altri esempi: per il valore 0.734 le cifre significative sono 3, per il valore 0.7340 le cifre significative sono 4, per il valore 0.0042 le cifre significative sono 2. Dalla teoria degli errori sappiamo che possiamo esprimere il risultato finale del rapporto (o prodotto) di due grandezze con un numero di cifre significative pari, con buona approssimazione, al numero di cifre significative della quantità misurata con precisione minore.*

c) β = 25".88 = 0.0072°, a = b · tg β = 48.23 km

Problema K-A3

Il semiasse maggiore vale: $a = (D_a + D_P)/2$ = 6 UA = 897.6 · 10^6 km. Dalla relazione $D_A = a\,(1+e)$ ricaviamo e = 0.5037. Il periodo di rivoluzione, che non dipende dall'eccentricità dell'orbita, ma solo dal semiasse maggiore, si ottiene dalla III legge di Keplero e vale $T = \sqrt{a^3}$ = 14.70 anni

Problema K-A5

Un anno siderale è pari a 365.26 giorni, ovvero a ~ 31558000 s; quindi la distanza percorsa dal Sole è D = 7.10 · 10^9 km = 47.5 UA. Per percorrere un anno luce il Sole impiega T ~ 1330 anni. La lunghezza dell'orbita del Sole attorno al centro galattico è di circa 1.551 · 10^{18} km. Per compiere una rivoluzione completa (Anno Galattico o Anno Cosmico) occorre un tempo T_R = 1.551 · 10^{18} / 225 = 6.89 · 10^{15} s = 218 · 10^6 anni. Il Sole ha circa 4.57 · 10^9 anni e quindi ha completato quasi 21 orbite. Nota: poiché la distanza dal Sole dal centro galattico e la sua velocità orbitale non sono ancora ben note, le stime per la durata dell'Anno Galattico oscillano tra 215 e 250 milioni di anni.

Problema K-A6

Dalla II legge di Keplero sappiamo che le velocità all'afelio e al perielio sono legate dalla relazione:

$V_a \cdot D_a = V_p \cdot D_p$ *e quindi:* $V_a = \frac{D_p}{D_a} V_p = \frac{87.67 \cdot 10^9}{52.48 \cdot 10^{11}} \cdot 54.6 = 0.912$ km/s = 912 m/s

Dalle distanze all'afelio e al perielio ricaviamo il semiasse maggiore dell'orbita:

$a = \frac{r_1 + r_2}{2} = \frac{87.67 \cdot 10^9 + 52.48 \cdot 10^{11}}{2} = 2.668 \cdot 10^{12}$ m = 17.83 UA

Il periodo di rivoluzione è dato dalla III legge di Keplero: $T = \sqrt{a^3}$ = 75.31 anni. Nel suo moto intorno al Sole la Halley può avvicinarsi ai pianeti, il loro l'effetto gravitazionale (in particolare quello di Giove) può portare a variazioni del periodo orbitale.

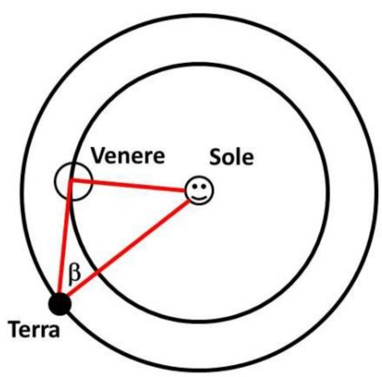
Problema K-A11
Poiché T = 1 anno, il semiasse maggiore dell'orbita della cometa vale a = 1 UA. Il semiasse maggiore dell'orbita di Marte è di 1.523 UA. Poiché $d_{afelio} = a\,(1+e)$, per essere $d_{afelio} > 1.523$ UA occorre che l'orbita della cometa abbia un'eccentricità e > 0.523.

Problema K-A14
La massa (M) è data dalla densità media (σ) per il volume. Se un corpo è sferico: $M = \sigma\, V = \frac{4}{3}\pi\, R^3$. *Consideriamo il rapporto tra la massa dell'asteroide (M_a) e quella di Mercurio (M_M). Poiché le densità dei due corpi sono uguali avremo:* $M_a = M_M \left(\frac{R_a}{R_M}\right)^3 = 3.30 \cdot 10^{23} \cdot 5.51 \cdot 10^{-4} = 1.82 \cdot 10^{20}$ *kg e infine* $g_a = \frac{G \cdot M_a}{R^2} = \frac{6.67 \cdot 10^{-11} \cdot 1.82 \cdot 10^{20}}{4.00 \cdot 10^{10}} = 0.303\ \frac{m}{s^2}$

Problema K-A16
Il minimo periodo di rivoluzione si ha per corpi con un orbita che sfiora la superfice. Per il satellite che ruota intorno al Sole il semiasse maggiore vale $a = R_\odot = 695475$ *km* $= 4.649 \cdot 10^{-3}$ *UA. Quindi dalla III legge di Keplero:* $T = \sqrt{(4.649 \cdot 10^{-3})^3} = 3.170 \cdot 10^{-4}$ *anni = 10004 s = 2 h 47 m. Per il satellite che ruota intorno alla Terra avremo invece:* $T = \sqrt{\frac{4\,\pi^2 \cdot R_T^3}{G \cdot M_T}} = \sqrt{\frac{39.48 \cdot 2.59 \cdot 10^{20}}{6.67 \cdot 10^{-11} \cdot 5.97 \cdot 10^{24}}} = 5067\ s = 1\ h\ 24 m$

Problema K-A18
Il minimo periodo di rivoluzione si ha per corpi con un orbita che sfiora la superfice. Per il satellite che ruota intorno al Sole il semiasse maggiore vale $a = R_\odot = 695475$ *km* $= 4.649 \cdot 10^{-3}$ *UA. Quindi dalla III legge di Keplero:* $T = \sqrt{(4.649 \cdot 10^{-3})^3} = 3.170 \cdot 10^{-4}$ *anni = 10004 s = 2 h 47 m. Per il satellite che ruota intorno alla Terra avremo invece:* $T = \sqrt{\frac{4\,\pi^2 \cdot R_T^3}{G \cdot M_T}} = \sqrt{\frac{39.48 \cdot 2.59 \cdot 10^{20}}{6.67 \cdot 10^{-11} \cdot 5.97 \cdot 10^{24}}} = 5067\ s = 1\ h\ 24 m$

Problema K-A28



Quando Venere è a una massima elongazione (configurazione nella quale possiamo osservare esattamente la metà della superfice del pianeta) Sole, Venere e Terra si trovano ai vertici di un triangolo rettangolo, con Venere nel vertice occupato dall'angolo retto. Detti VS la distanza Venere-Sole, VT la distanza Venere-Terra e TS la distanza Terra-Sole (= 1 UA), nel caso in esame vale la relazione: VS = 1 UA · sin 46°.32 = 0.7232 UA = 108.2 · 10^6 *km. La distanza VT si può ricavare con il teorema di Pitagora, oppure dalle relazioni: VT = VS / tan 46°.32 = TS · cos 46°.32. Otterremo in entrambi i casi: VT = 0.6906 UA = 103.3 ·* 10^6 *km*

Problema K-A32
Il valore dell'accelerazione di gravità all'altezza h = 412 km è dato dalla relazione: $g_{412} = \frac{G \cdot M}{(R+h)^2} = \frac{6.67 \cdot 10^{-11} \cdot 5.97 \cdot 10^{24}}{(6378 \cdot 10^3 + 412 \cdot 10^3)^2} = 8.64\ m/s^2$ *. L'apparente assenza di gravità deriva dal fatto che la ISS è in orbita intorno alla Terra e quindi l'accelerazione di gravità della Terra è bilanciata dalla forza centrifuga.*

Problema K-A41
Detti m_s la massa del piccolo corpo, $M_\odot$ la massa del Sole, M_T la massa della Terra, $d_{\odot s}$ la distanza del corpo dal Sole e d_{Ts} la distanza del corpo dalla Terra, quando le due forze sono uguali in modulo (e quindi avendo stessa direzione ma verso opposto si equilibrano) si avrà: $G\,\frac{M_\odot\, m_s}{d_{\odot s}^2} = G\,\frac{M_T\, m_s}{d_{Ts}^2}$ *da cui ricaviamo:* $\frac{M_\odot}{M_T} = \left(\frac{d_{\odot s}}{d_{Ts}}\right)^2 = 333000$ *(le masse del Sole e della Terra sono note). Sappiamo inoltre che:*

$d_{\odot s}$ = UA – d_{Ts} e quindi ricaviamo l'equazione: $333000\, d_{Ts}^2 + 229.2 \cdot 10^6\, d_{Ts} - 2.238 \cdot 10^{16}$ *= 0 che ha come unica soluzione accettabile:*

$$d_{Ts} = \frac{-229.2 \cdot 10^6 + \sqrt{5.523 \cdot 10^{16} + 2.981 \cdot 10^{22}}}{666000} = \frac{-229.2 \cdot 10^6 + \sqrt{2.981 \cdot 10^{22}}}{666000} = \frac{\sqrt{2.981 \cdot 10^{22}}}{666000} \cong 260000\ km$$