

**M-A1**

Utilizzando i logaritmi in base 10 determinare:

$$\begin{array}{llll} \log 10 = ? & \log 1000 = ? & \log 1 = ? & \log (a \cdot b) = ? \\ \log \frac{a}{b} = ? & \log (a)^3 = ? & \log 10^6 = ? & \log \sqrt{10} = ? \end{array}$$

**M-A2**

Completare la seguente tabella

Nome	$m_v$	$\pi$ (")	d (pc)	d (al)	$M_v$
$\alpha$ Cen A	-0.01	0.747			
$\alpha$ CMa (= Sirio)	-1.43		2.63		
61 Cyg A	5.21			11.4	
$\alpha$ Aql (= Altair)		0.194			2.21

**M-A7**

Calcolate la magnitudine assoluta del Sole ( $M_{\odot}$ ) sapendo che dalla Terra si ha:  $m_{\odot} = -26.74$ ; a partire da quale distanza il Sole non sarebbe più osservabile a occhio nudo per un osservatore posto su un pianeta la cui atmosfera ha le stesse caratteristiche di quella della Terra?

**M-A8**

Siete arrivati con la vostra astronave nei pressi di un pianeta del Sistema Solare. Osservate che la magnitudine apparente del Sole è  $m_{\odot} = -19.35$ . Vicino a quale pianeta vi trovate?

**M-A9**

Se potessero essere osservate individualmente le due componenti di una binaria spettroscopica avrebbero magnitudini  $m_1 = 3.74$  e  $m_2 = 4.15$ . Quanto vale la magnitudine apparente totale della binaria spettroscopica ?

**T-A1**

Calcolare il potere risolutivo, a  $5500 \text{ \AA}$ , di un telescopio con apertura di 1 m posto sulla superficie della Terra. Potete osservare con questo strumento, usando le precauzioni del caso, una macchia solare con diametro pari a quello della Terra ? Potete osservare un cratere lunare con diametro di 500 m ?

**T-A2**

Un telescopio riflettore ha uno specchio con diametro  $D = 15 \text{ cm}$  e ha un rapporto di apertura  $f/10$ . Per osservare visualmente con questo strumento abbiamo acquistato un set di tre oculari che hanno tutti un FoV di  $60^\circ$  e lunghezza focale  $f_1 = 4 \text{ mm}$ ,  $f_2 = 10 \text{ mm}$  ed  $f_3 = 20 \text{ mm}$ . Quanto vale la focale del telescopio ? Quanti ingrandimenti e che FoV otterremo utilizzando i tre oculari? Con quale oculare potremo osservare l'intero disco lunare ? Abbiamo fatto bene ad acquistare il primo oculare ?

**T-A11**

La Stazione Spaziale Internazionale orbita a un'altezza sulla superficie della Terra  $h = 412 \text{ km}$ . Quanto distano lungo la superficie della Terra i due punti più lontani che è possibile osservare simultaneamente in ogni istante dalla ISS ?

**T-A12**

Transitando sulla verticale del Polo Nord un astronauta nota che può osservare anche Anchorage (Longitudine =  $149^\circ 43' \text{ O}$ , Latitudine =  $61^\circ 13' \text{ N}$ ). A che altezza minima deve trovarsi l'astronauta ? Può l'osservazione essere stata effettuata dalla ISS ? Si trascurino gli effetti della rifrazione.

## Soluzioni:

### M-A1

$$\begin{aligned} \log 10 &= 1 & \log 1000 &= 3 & \log 1 &= 0 & \log(a \cdot b) &= \log a + \log b \\ \log \frac{a}{b} &= \log a - \log b & \log(a)^3 &= 3 \log a & \log 10^6 &= 6 \log 10 = 6 & \log \sqrt{10} &= \frac{1}{2} \log 10 = 0.5 \end{aligned}$$

### M-A2

Nome	$m_v$	$\pi$ (")	d (pc)	d (al)	$M_v$
$\alpha$ Cen A	-0.01	0.747	1.34	4.37	4.35
$\alpha$ CMa (= Sirio)	-1.43	0.380	2.63	8.58	1.47
61 Cyg A	5.21	0.286	3.50	11.4	7.49
$\alpha$ Aql (= Altair)	0.77	0.194	5.15	16.8	2.21

**Nota:** le magnitudini apparenti dipendono dallo spessore di atmosfera che la luce delle stelle deve attraversare prima di raggiungere l'osservatore e dalle caratteristiche dell'atmosfera stessa. Per poter confrontare le magnitudini misurate da osservatori posti in luoghi diversi e dallo stesso osservatore in momenti diversi della notte, si devono rimuovere gli effetti dovuti all'atmosfera. Le magnitudini presenti nei cataloghi astronomici sono calcolate "fuori dall'atmosfera", ovvero sono il valore della magnitudine apparente dopo che gli effetti dell'atmosfera terrestre sono stati rimossi.

### M-A7

Dalla relazione:  $M = m + 5 - 5 \log d$ , ricordando che  $1 \text{ UA} = \frac{1}{206265} \text{ pc}$ , otteniamo:

$$M_{\odot} = -26.74 + 5 - 5 \log \left( \frac{1}{206265} \right) = 4.83$$

La magnitudine limite delle stelle visibili a occhio nudo dipende dalla composizione dell'atmosfera, per un'atmosfera simile a quella della Terra assumiamo:  $m_{\text{limite}} = 6$ . Ponendo quindi  $m_{\odot} = 6$  nella relazione:  $M_{\odot} = m_{\odot} + 5 - 5 \log d$ , otteniamo la distanza massima dalla quale il Sole è visibile a occhio nudo:  $d_{\text{Max}} \cong 17.1 \text{ pc} = 55.9 \text{ al}$

### M-A8

Dalla relazione:  $M = m + 5 - 5 \log d$  otteniamo:  $4.83 = -19.35 + 5 - 5 \log d$ , da cui:  $\log d = -3.84$  e infine  $d = 1.45 \cdot 10^{-4} \text{ pc} = 4.47 \cdot 10^9 \text{ km} = 29.9 \text{ UA}$ . Vi trovate in prossimità di Nettuno.

### M-A9

Vale la relazione  $m_{1+2} = m_2 - 2.5 \log (10^{0.4(m_2 - m_1)} + 1)$ . Sostituendo otteniamo  $m_{1+2} = 3.17$

**Approfondimento.** Dalla definizione di magnitudine  $m_{1+2} = m_1 + m_2 = -2.5 \log (F_1 + F_2)$ ; d'altra parte  $m_1 - m_2 = -2.5 \log (F_1/F_2)$ , da cui ricaviamo che  $F_1 = F_2 \cdot 10^{-0.4(m_1 - m_2)}$  e quindi sostituendo  $F_1$  si ha:  $m_{1+2} = -2.5 \log (F_2 \cdot 10^{-0.4(m_1 - m_2)} + F_2) = -2.5 \log (F_2 (10^{-0.4(m_1 - m_2)} + 1))$  e dalle proprietà dei logaritmi si ricava infine l'espressione utilizzata. Notare che la relazione che esprime la somma di magnitudini si può ricavare nella forma equivalente:  $m_{1+2} = m_1 - 2.5 \log (10^{0.4(m_1 - m_2)} + 1)$

### T-A1

Il potere risolutivo del telescopio ( $\alpha$ ) in secondi d'arco vale:  $\alpha = 1.22 \cdot \frac{5500 \cdot 10^{-10}}{1} \cdot 206265 = 0''.14$ .

Tuttavia se il telescopio è posto sulla superficie della Terra il suo potere risolutivo "reale" è limitato a circa  $1''$  dagli effetti della turbolenza. Ci sono due soluzioni per la seconda domanda.

#### Soluzione (a).

Detta "d" la dimensione della macchia solare e "D" la distanza media Terra-Sole:  $d = D \tan \beta$ , dove  $\beta$  è l'angolo sotteso dalla macchia osservata dalla Terra.

Otterremo quindi:  $\beta = \tan^{-1} \frac{d}{D} = \tan^{-1} \frac{12756}{149.6 \cdot 10^6} = 0^\circ.004885 = 17''.59$ ; la macchia risulta ben osservabile, in quanto questo valore è maggiore della risoluzione del telescopio anche tenendo conto degli effetti della turbolenza dell'atmosfera.

**Soluzione (b).** Il diametro vero del Sole è 109 volte quello della Terra, mentre il suo diametro apparente medio ( $\delta$ ) è dato da:  $\delta = 2 \cdot \sin^{-1} \left( \frac{R_{\odot}}{D} \right) = 0^\circ.5327 = 31'.96 = 31' 58''$ . Le dimensioni angolari

( $\theta$ ) della Terra vista alla distanza del Sole sono quindi:  $\theta = \frac{31.96'}{109} = 17''.6$ ; quindi la macchia risulta facilmente osservabile.

Il cratere lunare sottende un angolo  $\beta = \tan^{-1}\left(\frac{0.5}{384.4 \cdot 10^3}\right) = 0''.27 > \alpha$ . Sarebbe teoricamente distinguibile con il nostro telescopio, ma in pratica la turbolenza dell'atmosfera terrestre ne impedisce l'osservazione

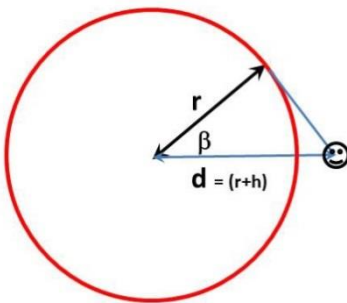
### T-A2

Lo specchio del telescopio ha diametro  $D = 15 \text{ cm} = 150 \text{ mm}$  ed essendo un  $f/10$  la sua focale ( $F$ ) è:  $F = 150 \text{ cm} = 1500 \text{ mm}$ . L'ingrandimento ( $I$ ) è dato dalla relazione:  $I = \frac{F_{\text{telescopio}}}{f_{\text{oculare}}}$ , mentre per ogni ingrandimento così ottenuto vale la relazione:  $FoV_{\text{telescopio}} = \frac{FoV_{\text{oculare}}}{I}$ . Gli ingrandimenti e i corrispondenti FoV varranno quindi:

$$\begin{array}{ll} I_{4\text{mm}} = 375 & FoV_{4\text{mm}} = 0^\circ.16 = 9'6'' \\ I_{10\text{mm}} = 150 & FoV_{10\text{mm}} = 0^\circ.4 = 24'' \\ I_{20\text{mm}} = 75 & FoV_{20\text{mm}} = 0^\circ.8 = 48'' \end{array}$$

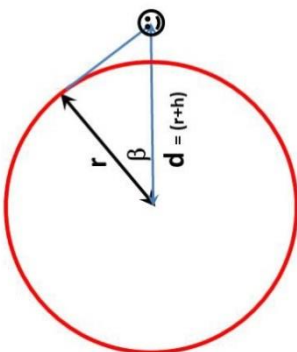
Il diametro apparente medio della Luna ( $\delta$ ) è dato dalla relazione:  $\delta = 2 \cdot \sin^{-1}\left(\frac{R_L}{D}\right) = 2 \cdot \sin^{-1}\left(\frac{1738}{384.4 \cdot 10^3}\right) = 0^\circ.5181 = 31'.09 = 31' 5''$ . Quindi potremo osservarla nella sua interezza solo con il terzo oculare. Sarà inoltre molto difficile utilizzare il primo oculare a causa dell'eccessivo ingrandimento prodotto. Nelle osservazioni visuali aumentando l'ingrandimento diminuiscono la luminosità dell'immagine e il contrasto. Solitamente il limite pratico per l'ingrandimento massimo utilizzabile è pari al "diametro del telescopio in mm". Quindi nel nostro caso essendo  $D = 150 \text{ mm}$  non è consigliabile oltrepassare i 150 ingrandimenti. L'ingrandimento massimo utilizzabile dipende anche dalla turbolenza atmosferica e dallo schema ottico del telescopio (in particolare negli Schmidt-Cassegrain la notevole ostruzione dovuta al secondario e al suo supporto non permettono gli ingrandimenti raggiungibili con un telescopio non ostruito).

### T-A11



Dobbiamo considerare le relazioni che forniscono i limiti di visibilità di un corpo esteso per un osservatore posto a una distanza dello stesso ordine di grandezza delle dimensioni del corpo. La distanza della ISS dal centro della Terra vale:  $d = r + h = 6790 \text{ km}$ . Detto  $\beta$  l'angolo limite di visibilità dalla ISS poiché:  $r = d \cos \beta$ , otteniamo:  $\beta = \cos^{-1}\left(\frac{r}{d}\right) = \cos^{-1}\left(\frac{6378}{6790}\right) = 20^\circ.06$ . Dalla ISS sarà quindi possibile osservare un arco di meridiano ( $A$ ) che sottende un angolo di  $2\beta$ , ovvero, poiché  $360 : 2 \cdot 20^\circ.06 = 2\pi r : A$ , una distanza massima sulla superficie:  $A = \frac{4\pi \cdot 6378 \cdot 20.06}{360} \cong 4466 \text{ km}$

### T-A12



Poiché l'astronauta si trova sulla verticale del Polo, la distanza angolare osservata è data solo dalla differenza in Latitudine e vale  $\beta = 28^\circ 47'$ . L'altezza minima è quindi quella da cui è possibile osservare due punti sulla superficie della Terra separati da tale distanza angolare. Poiché:  $r = (r + h) \cos \beta$ , otteniamo:

$$h = \frac{r}{\cos \beta} - r = \frac{6378}{0.8764} - 6378 \cong 900 \text{ km}$$

L'osservazione non può essere stata fatta dalla IIS, che orbita a circa 400 km dalla superficie della Terra