Olimpiadi Italiane di Astronomia 2019

INAF – Osservatorio Astrofisico di Catania

Corso di preparazione alla Gara Interregionale: Categoria **Junior 2 + Senior**

Incontro 3: 31 gennaio 2019 - A cura di: Giuseppe Cutispoto e Mariachiara Falco

T-A1
Calcolare il potere risolutivo, a 5500 Å, di un telescopio con apertura di 1 m posto sulla superfice della Terra. Potete osservare con questo strumento, usando le precauzioni del caso, una macchia solare con diametro pari a quello della Terra ? Potete osservare un cratere lunare con diametro di 500 m ?

T-A2
Un telescopio riflettore ha uno specchio con diametro D = 15 cm e ha un rapporto di apertura f/10. Per osservare visualmente con questo strumento abbiamo acquistato un set di tre oculari che hanno tutti un FoV di 60° e lunghezza focale f_1 = 4 mm, f_2 = 10 mm ed f_3 = 20 mm. Quanto vale la focale del telescopio ? Quanti ingrandimenti e che FoV otterremo utilizzando i tre oculari? Con quale oculare potremo osservare l'intero disco lunare ? Abbiamo fatto bene ad acquistare il primo oculare ?

T-A3
L'ammasso globulare M3 dista dal Sole D = 10.4 kpc ed ha un diametro apparente β = 18′. Stimate il diametro dell'ammasso in anni luce. Se osservate l'ammasso con un telescopio con focale F = 2 m, quanto valgono le dimensioni lineari "d" dell'ammasso sul piano focale del telescopio?

T-A5
Volete costruire un telescopio per fotografare quello che resta sulla superficie della Luna dei moduli di allunaggio (LEM) utilizzati dagli astronauti delle missioni Apollo. Per far ciò avete realizzato un sistema di ottica adattiva per osservazioni a 5500 Å, che permette di annullare completamente gli effetti della turbolenza dell'atmosfera terrestre. Che diametro dovrà avere il vostro telescopio ? La parte inferiore dei LEM aveva un diametro di circa 4.5 m. Sapreste suggerire una soluzione più "economica"?

T-A6
Osservate Marte in una "Grande Opposizione" con un telescopio riflettore f/8 con apertura D=20 cm. Quanto valgono il diametro angolare apparente di Marte e le sue dimensioni lineari sul piano focale del telescopio ?

T-A7
Si considerino due stelle, di magnitudine 3 e 10. Con un telescopio da 20 cm di diametro viene scattata una foto della prima stella, con un tempo di esposizione di 3 secondi. Volendo scattare una foto alla seconda stella, quanto dovrà essere il tempo di esposizione se si vuole che questa appaia, sulla foto, brillante come la prima?

T-A8
E' stato osservato il transito di un pianeta extrasolare in orbita intorno a una stella di tipo solare. La variazione massima di magnitudine osservata è: Δm = 0.01. Stimate il raggio del pianeta. Se la sua massa è di $1.80 \cdot 10^{27}$ kg, stimate la sua densità e deducete se è un pianeta di tipo gassoso o roccioso. Considerando che le migliori misure fotometriche da Terra hanno una precisione dell'ordine di 0.002 magnitudini, stimate le dimensioni del più piccolo pianeta extrasolare osservabile in orbita attorno a una stella di tipo solare.

T-A11
La Stazione Spaziale Internazionale orbita a un'altezza sulla superfice della Terra h = 412 km. Quanto distano lungo la superfice della Terra i due punti più lontani che è possibile osservare simultaneamente in ogni istante dalla ISS ?

T-A12

Transitando sulla verticale del Polo Nord un astronauta nota che può osservare anche Anchorage (Longitudine = 149° 43' O, Latitudine = 61° 13' N). A che altezza minima deve trovarsi l'astronauta ? Può l'osservazione essere stata effettuata dalla ISS ? Si trascurino gli effetti della rifrazione.

T-A14

Una nebulosa planetaria si espande in modo isotropo con una velocità costante v = 17 km/s. Dal febbraio 1972 al febbraio 2017 le dimensioni angolari del suo raggio sono aumentate da $\alpha_{1972} = 34"$ a $\alpha_{2017} = 40"$. Calcolate la distanza, in anni luce e in parsec, della nebulosa e il suo diametro nel febbraio 2017 in km e in UA.

Soluzioni

T-A1

Il potere risolutivo (α) in secondi d'arco vale: α = 1.22 $\cdot \frac{5500 \cdot 10^{-10}}{1} \cdot 206265$ *= 0".14. Tuttavia se il telescopio è posto sulla superficie della Terra il suo potere risolutivo "reale" è limitato a circa 1" dagli effetti della turbolenza. Ci sono due soluzioni per la seconda domanda.*

***Soluzione (1a)**. Detta "d" la dimensione della macchia solare e "D" la distanza media Terra-Sole: d = D tan β, dove β è l'angolo sotteso dalla macchia osservata dalla Terra. Otterremo quindi:*

$$\beta = \tan^{-1}\frac{d}{D} = \tan^{-1}\frac{12756}{149.6 \cdot 10^6} = 0°.004885 = 17".59$$

la macchia risulta ben osservabile, in quanto questo valore è maggiore della risoluzione del telescopio anche tenendo conto degli gli effetti della turbolenza dell'atmosfera.

***Soluzione (1b).** Il diametro del Sole è 109 volte quello della Terra, mentre il suo diametro apparente medio (δ) è dato da:* $\delta = 2 \cdot \sin^{-1}\left(\frac{R_\odot}{D}\right) = 0°.5327 = 31'.96 = 31'\ 58"$*. Le dimensioni angolari ($\boldsymbol{\theta}$) della Terra vista alla distanza del Sole sono:* $\theta = \frac{31.96'}{109}$ *= 17".6; quindi la macchia risulta facilmente osservabile.*

Il cratere lunare sottende un angolo β = arctan (0.5 / 384.4 · 10^3) = 0".27 > α e sarebbe teoricamente distinguibile con il nostro telescopio, ma in pratica la turbolenza atmosferica ne impedisce l'osservazione.

T-A2

Lo specchio del telescopio ha diametro D = 15 cm = 150 mm ed essendo un f/10 la sua focale (F) è: F = 150 cm = 1500 mm. L'ingrandimento (I) è dato dalla relazione: $I = \frac{F_{telescopio}}{f_{oculare}}$*, mentre per ogni ingrandimento così ottenuto vale la relazione:* $FoV_{telescopio} = \frac{FoV_{oculare}}{I}$*. Gli ingrandimenti e i corrispondenti FoV varranno quindi: I_{4mm} = 375, FoV_{4mm} = 0°.16 = 9'.6; I_{10mm} = 150, FoV_{10mm} = 0°.4 = 24'; I_{20mm} = 75, FoV_{20mm} = 0°.8 = 48'. Il diametro apparente medio della Luna (δ) è dato dalla relazione:* $\delta = 2 \cdot \sin^{-1}\left(\frac{R_L}{D}\right) = 2 \cdot \sin^{-1}\left(\frac{1738}{384.4 \cdot 10^3}\right) = 0°.5181 = 31'.09 = 31'\ 5"$ *e quindi potremo osservarla nella sua interezza solo con il terzo oculare. Sarà inoltre molto difficile utilizzare il primo oculare a causa dell'eccessivo ingrandimento prodotto. Nelle osservazioni visuali aumentando l'ingrandimento diminuiscono la luminosità dell'immagine e il contrasto. Solitamente il limite pratico per l'ingrandimento massimo utilizzabile è pari al "diametro del telescopio in mm". Quindi nel nostro caso essendo D = 150 mm non è consigliabile oltrepassare i 150 ingrandimenti. L'ingrandimento massimo* *utilizzabile dipende anche dalla turbolenza atmosferica e dallo schema ottico del telescopio (in particolare negli Schmidt-Cassegrain la notevole ostruzione dovuta al secondario e al suo supporto non permettono gli ingrandimenti raggiungibili con un telescopio non ostruito).*

_T-A3_

Il diametro (d) dell'ammasso è dato da: d = D · tan β = 10.4 · 10^3 · tan (0°.3) = 54.5 · pc = 178 al. Detta d_f la dimensione lineare dell'immagine dell'ammasso sul piano focale del telescopio vale la relazione d_f = F · tan β = 2 · tan (0°.3) = 1.05 cm

_T-A5_

Il telescopio dovrà avere un potere risolutivo tale da poter distinguere un corpo con un diametro di 4.5 m alla distanza di 384.4 · 10^3 km, ovvero $\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{4.5}{384.4 \cdot 10^6}\right)$ *= 6°.7 · 10^{-7} = 0".0024. Dalla relazione* $\alpha = 1.22\,\frac{206265 \cdot 5500 \cdot 10^{-10}}{D}$, *ricaviamo* $D = 1.22\,\frac{206265 \cdot 5500 \cdot 10^{-10}}{\alpha} \cong 58\,m$. *Per fotografare i resti delle spedizioni Apollo è molto più economico, come fatto recentemente, inviare dei satelliti in orbita bassa attorno alla Luna.*

_T-A6_

La focale del telescopio è F = 20 cm · 8 = 1.6 m. Una Grande Opposizione è un'opposizione in cui la Terra di trova all'afelio ($D_{TAfelio}$ = 152.1 · 10^6 km) e Marte al Perielio ($D_{MPerielio}$ = 206.6 · 10^6 km). La distanza Terra-Marte sarà quindi: $D_{TM\text{-}GO}$ = 54.5 · 10^6 km. Il diametro apparente di Marte (α) è dato dalla relazione $\alpha = 2 \cdot \sin^{-1}\left(\frac{R_{Marte}}{D_{TM-GO}}\right) =$ 0.00714° = 0'.428 = 25".7, mentre le sue dimensioni lineari (d) sul piano focale del telescopio sono: d = tg α · *F = 0.2 mm*

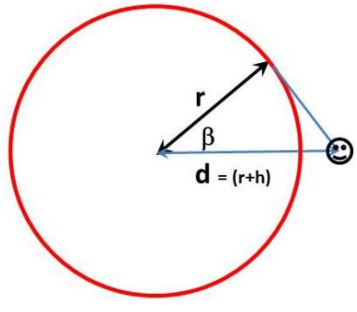
_T-A7_

La differenza di magnitudine tra le due stelle è Δm = 7 e quindi 7 = -2.5 log (F_1/F_2) da questa espressione ricaviamo che il rapporto tra i flussi delle due stelle è di 631. Se vogliamo che la seconda stella risulti luminosa come la prima dobbiamo ricevere lo stesso flusso. Occorrerà quindi aumentare il tempo di esposizione di un fattore pari al rapporto tra i flussi e quindi se T_1 = 3 s si avrà T_2 = 1893 s.

_T-A8_

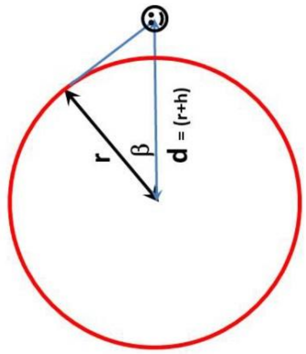
Il raggio della stella è pari a quello del Sole. Dalla relazione $\Delta m = \left(\frac{R_{pianeta}}{R_{stella}}\right)^2$ *nel caso in esame avremo: $R_{piameta}$ = 695475 ·* $\sqrt{0.01}$ *= 70 · 10^3 km. Si tratta di un pianeta leggermente più piccolo di Giove con densità:* $\boldsymbol{\rho} = \frac{M}{V} = \frac{3 \cdot 1.80 \cdot 10^{27}}{4 \cdot \pi \cdot 3.43 \cdot 10^{23}} \cong 1250\,\frac{kg}{m^3} = 1.25\,\frac{g}{cm^3}$ *. Poiché massa, raggio e densità sono simili a quelle di Giove* ($\boldsymbol{\rho_{Giove}}$ *= 1.33* g/cm^3) *possiamo dedurre che si tratta di un pianeta gassoso. Dalla relazione* $0.002 = \left(\frac{R_{pianeta}}{R_{stella}}\right)^2$ *possiamo ricavare le dimensioni del pianeta più piccolo osservabile dalla superfice terrestre con il metodo dei transiti in funzione del raggio della stella. Per una stella di tipo solare avremo: R_{min} ≅ 31 · 10^3 km, ovvero un pianeta poco più grande di Urano.*

_T-A11_



Dobbiamo considerare le relazioni che forniscono i limiti di visibilità di un corpo esteso per un osservatore posto a una distanza dello stesso ordine di grandezza delle dimensioni del corpo . La distanza della ISS dal centro della Terra vale: d = r + h = 6790 km. Detto $\boldsymbol{\beta}$ *l'angolo limite di visibilità dalla ISS poiché: r = d cos* $\boldsymbol{\beta}$, *otteniamo:* $\beta = \cos^{-1}\left(\frac{r}{d}\right) = \cos^{-1}\left(\frac{6378}{6790}\right)$ ***=*** *20°.06. Dalla ISS sarà quindi possibile osservare un arco di meridiano (A) che sottende un angolo di 2*$\boldsymbol{\beta}$, *ovvero, poiché 360 : 2 · 20°.06 = 2 π r : A, una distanza massima sulla superfice:* $A = \frac{4\,\pi \cdot 6378 \cdot 20.06}{360} \cong$ *4466 km*

T-A12



Poiché l'astronauta si trova sulla verticale del Polo, la distanza angolare osservata è data solo dalla differenza in Latitudine e vale ***β =** 28° 47'. L'altezza minima è quindi quella da cui è possibile osservare due punti sulla superfice della Terra separati da tale distanza angolare. Poiché: r = (r + h) cos β, otteniamo:*

$h = \frac{r}{\cos\beta} - r = \frac{6378}{0.8764} - 6378 \cong$ *900 km*

L'osservazione non può essere stata fatta dalla IIS, che orbita a circa 400 km dalla superfice della Terra

T-A14

Poiché l'espansione è isotropa e con velocità costante, in 45 anni (≅ 1.42 $\cdot 10^9$ *s) le dimensioni della nebulosa planetaria sono aumentate linearmente di* $\Delta X = 17 \cdot 1.42 \cdot 10^9 = 2.41 \cdot 10^{10}$ *km e angolarmente di* $\Delta\alpha = 6''$. *La distanza "d" per cui a una variazione lineare* ΔX *corrisponde una variazione angolare* $\Delta\alpha$ *è data dalla relazione:* $d = \frac{X}{\tan\Delta\alpha} = \frac{2.41 \cdot 10^{10}}{\tan 6''} = 8.28 \cdot 10^{14}$ *km = 87.6 anni luce = 26.9 parsec. Poiché le dimensioni angolari valgono attualmente* $\alpha = 40''$*, nota la distanza ricaviamo il diametro:* $D = 2 \cdot d \cdot \tan\alpha \cong 1.61 \cdot 10^{11}$ *km* ≅ 1080 UA