Olimpiadi Italiane di Astronomia 2019

INAF – Osservatorio Astrofisico di Catania

Corso di preparazione alla Finale Nazionale: Categorie **Junior 1** + **Junior 2 + Senior**

Incontro 7: 9 aprile 2019 - A cura di: Giuseppe Cutispoto e Mariachiara Falco

27. KA
Calcolate le dimensioni angolari minime e massime possibili del Sole e della Terra visti da Nettuno. Trascurate l'inclinazione dell'orbita di Nettuno sull'eclittica. Fornite il risultato in secondi d'arco.

29. KA
A una massima elongazione la distanza angolare di Venere dal Sole era di 46° 19', mentre la Terra si trovava esattamente a 1 UA dal Sole. Ricavate a che distanza si trovava Venere dal Sole e dalla Terra in UA e in km.

30. KA
Osservate una configurazione planetaria molto particolare, con Venere alla massima elongazione est e angolarmente vicinissimo (in congiunzione) a Marte. Calcolate la distanza Terra-Marte, assumendo tutte le orbite circolari e trascurando le loro inclinazioni sull'eclittica

31. KA
Quando Venere si trova in congiunzione inferiore, Sole, Venere e Terra si trovano lungo la stessa retta. Dopo quanto tempo Sole, Venere e Terra saranno per la prima volta nuovamente allineati ?

43. KA
Calcolate la velocità al perielio di un asteroide con periodo orbitale P = 517.9 giorni ed eccentricità dell'orbita e = 0.2080

8. VA
La costante solare è la quantità di energia che arriva sulla Terra dal Sole per unità di tempo e superficie (quindi è una potenza per unità di superficie), misurata al limite superiore dell'atmosfera su un piano perpendicolare alla direzione di arrivo. Il suo valore medio è: $\varepsilon = 1366 \text{ W m}^{-2}$. Si determini: a) la Luminosità del Sole; b) la sua temperatura efficace; c) la quantità di materia solare che viene trasformata ogni secondo in energia.

11. VA
Volete costruire un tunnel sotterraneo rettilineo per collegare Catania (φ = 37° 29' N; λ = 15° 4' E) e Vienna (φ = 48° 12' N; λ = 16° 22' E). Trascurando la differenza di longitudine tra le due città, stimate la lunghezza del tunnel.

12. MA
Una binaria spettroscopica è formata da una stella di luminosità costante con M_1 = 2.75 e da una stella variabile la cui magnitudine al minimo di luminosità è M_{2min} = 4.15 e la cui ampiezza di variazione è ΔM=1.00. Quanto valgono le magnitudini della binaria quando la variabile è al minimo e al massimo di luminosità?

27. MA
Un ammasso stellare non risolto è composto da "N" stelle tutte uguali al Sole. L'ammasso si trova a una distanza di $45 \cdot 10^3$ anni luce e la sua magnitudine integrata è m_{TOT} = 15.1. Calcolare il numero di stelle "N" che compongono l'ammasso.

Soluzioni

27. KA

Le dimensioni angolari massime e minime del Sole si avranno quando Nettuno è, rispettivamente, al perielio (D_{NP} = 29.81 UA = 4.459 · 10^9 km) e all'afelio (D_{NA} = 30.33 UA = 4.537 · 10^9 km). Le dimensioni angolari del Sole ($\beta_\odot$) saranno:

$$\beta_{\odot min} = 2\, arcsen\, \frac{R_\odot}{D_{NA}} = 2\, arcsen\, \frac{695500}{4.537 \cdot 10^9} \cong 63''.24$$

$$\beta_{\odot max} = 2\, arcsen\, \frac{R_\odot}{D_{NP}} = 2\, arcsen\, \frac{695500}{4.459 \cdot 10^9} \cong 64''.34$$

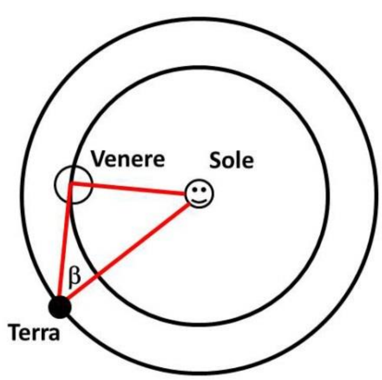
La dimensione massima assoluta della Terra si avrà quando si verificano simultaneamente le condizioni: 1) Terra in congiunzione inferiore; 2) Nettuno al perielio; 3) Terra all'afelio (quindi con le linee degli apsidi di Nettuno e della Terra allineate); in questo caso la distanza (la minima possibile) Terra-Nettuno vale: $d_{minTN} = D_{NP} – D_{TA}$ = 4.459 · 10^9 km - 152.1 · 10^6 km = 4.307 · 10^9 km, per cui la dimensione angolare massima sarà:

$$\beta_{\mathrm{T}max} = 2\, arcsen\, \frac{R_\mathrm{T}}{d_{minTN}} = 2\, arcsen\, \frac{6378}{4.307 \cdot 10^9} \cong 0''.611$$

La dimensione minima assoluta della Terra si avrà quando si verificano simultaneamente le condizioni: 1) Terra in congiunzione superiore; 2) Nettuno all'afelio; 3) Terra all'afelio (anche in questo caso le linee degli apsidi di Nettuno e Terra risultano allineate); in questo caso la distanza (la massima possibile) Terra-Nettuno vale: $d_{maxTN} = D_{NA} + D_{TA}$ = 4.459 · 10^9 km + 152.1 · 10^6 km = 4.689 · 10^9 km e la dimensione angolare minima sarà:

$$\beta_{\mathrm{T}min} = 2\, arcsen\, \frac{R_\mathrm{T}}{d_{maxTN}} = 2\, arcsen\, \frac{6378}{4.689 \cdot 10^9} \cong 0''.561$$

Nota: da Nettuno l'osservazione della Terra in congiunzione inferiore sarebbe possibile durante un suo "transito" sul disco solare; l'osservazione della Terra in congiunzione superiore potrebbe essere fatta, in considerazione del fatto che le due orbite non sono in effetti perfettamente complanari, ma sarebbe comunque estremamente difficile.



29. KA

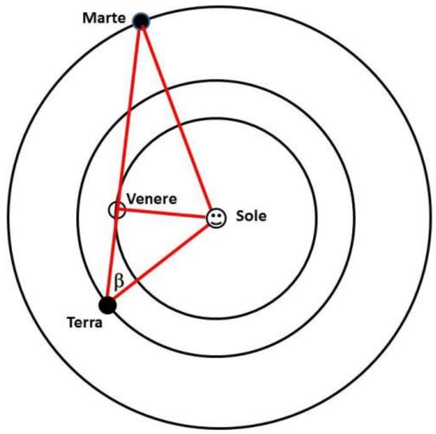
A una massima elongazione il Sole, Venere e la Terra si trovano ai vertici di un triangolo rettangolo, con Venere nel vertice corrispondente all'angolo retto. In questa configurazione possiamo osservare metà della superficie del pianeta. Quella mostrata in figura è una massima elongazione Est.
Detti VS la distanza Venere-Sole, VT la distanza Venere-Terra e TS la distanza Terra-Sole (= 1 UA), vale la relazione:

VS = 1 UA · sin 46°.32 ≅ 0.7232 UA ≅ 108.2 · 10^6 km

La distanza VT si può ricavare con il teorema di Pitagora, oppure dalla relazione:

VT = TS · cos 46°.32 ≅ 0.6906 UA ≅ 103.3 · 10^6 km

30. KA



In questa semplice configurazione possiamo assumere che Sole, Terra, Venere e Marte si trovino ai vertici di due triangoli rettangoli con il lato VS in comune e risolvere il problema con il teorema di Pitagora.

$$VT = \sqrt{TS^2 - VS^2} \cong \sqrt{2.238 \cdot 10^{16} - 1.171 \cdot 10^{16}} \cong 103.3 \cdot 10^6\ km$$

$$MV = \sqrt{MS^2 - VS^2} \cong \sqrt{5.194 \cdot 10^{16} - 1.171 \cdot 10^{16}} \cong 200.6 \cdot 10^6\ km$$

$$MT = VT + MV \cong 103.3 \cdot 10^6\ km + 200.6 \cdot 10^6\ km \cong 303.9 \cdot 10^6\ km$$

31. KA

Calcoliamo il periodo sinodico di Venere (S_V), che ci fornisce il tempo tra una congiunzione inferiore e la successiva, detti P_T e P_V i periodi orbitali di Terra e Venere avremo:

$$S_V = \frac{P_T \cdot P_V}{|P_T - P_V|} = \frac{365.26 \cdot 224.70}{365.26 - 224.70} = \frac{82074}{140.56} \cong 583.91\ g$$

In realtà i tre corpi sono allineati anche quando Venere si trova in congiunzione superiore. Assumendo orbite circolari, il tempo tra una congiunzione inferiore e la successiva congiunzione superiore (nel caso dei pianeti esterni tra un'opposizione e la congiunzione superiore successiva) è pari alla metà del periodo sinodico. Quindi il prossimo allineamento dei tre corpi si avrà dopo un tempo:

$$T = \frac{S_V}{2} \cong 291.96\ g$$

43. KA

Esprimendo il periodo in anni possiamo ricavare il semiasse maggiore dell'orbita dalla relazione:

$$a = \sqrt[3]{\left(\frac{517.9}{365.26}\right)^2} \cong \sqrt[3]{1.418^2} \cong 1.262\ UA \cong 188.8 \cdot 10^6\ km$$

La velocità media lungo l'orbita (v_m) e la velocità al perielio (v_p) sono date dalle relazioni:

$$v_m = \sqrt{\frac{G\,M_\odot}{a}} = \sqrt{\frac{6.674 \cdot 10^{-11} \cdot 1.99 \cdot 10^{30}}{188.8 \cdot 10^9}} \cong 26.5\,\frac{km}{s} \qquad v_p = v_m\sqrt{\frac{1+e}{1-e}} = 26.5\sqrt{\frac{1.2080}{0.792}} \cong 32.7\,\frac{km}{s}$$

8. VA

La luminosità del Sole (energia emessa in un secondo) si ottiene moltiplicando ε per la superficie di una sfera con raggio pari a 1 UA. Sarà dunque:

$$L_\odot = \varepsilon \cdot 4\pi(\mathrm{UA})^2 = 1366 \cdot 4\pi(149.6 \cdot 10^9)^2 = 3.842 \cdot 10^{26}\ W$$

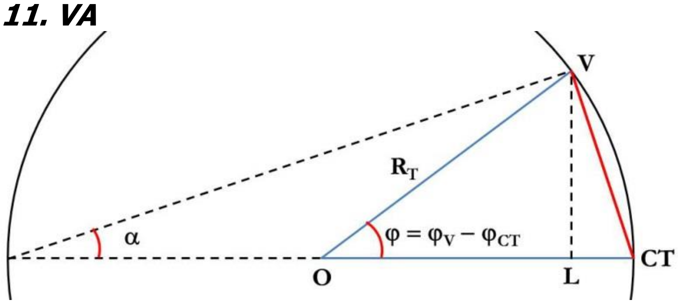
Il Sole, come tutte le stelle, si comporta, in prima approssimazione, come un corpo nero, per cui l'energia emessa per unità di superficie e di tempo vale: $E = \sigma\, T_e^4$. Quindi considerando l'intera superfice: $L_\odot = 4\pi R_\odot^{\,2} \cdot \sigma\, T_e^4$, da cui:

$$T_e = \sqrt[4]{\frac{L_\odot}{4\pi \cdot \sigma \cdot R_\odot^2}} = \sqrt[4]{\frac{3.842 \cdot 10^{26}}{4\pi \cdot 5.670 \cdot 10^{-8}\,(695500 \cdot 10^3)^2}} \cong \sqrt[4]{1.115 \cdot 10^{15}} \cong 5778\ K$$

L'energia emessa dal Sole è dovuta ai processi di fusione nucleare dell'idrogeno in elio che si verificano nel nucleo. Dalla legge di Einstein di equivalenza tra materia e energia ($E = m\,c^2$) *la* *quantità di materia Δm che deve essere trasformata ogni secondo per produrre un'energia pari alla luminosità del Sole sarà:*

$$\Delta m = \frac{E}{c^2} = \frac{L_\odot}{c^2} = \frac{3.842 \cdot 10^{26}}{(299792 \cdot 10^3)^2} \cong 4.275 \cdot 10^9 \, kg \, s^{-1} \cong 2.15 \cdot 10^{-21} \, M_\odot \, s^{-1}.$$

11. VA



Consideriamo il cerchio massimo passante per Vienna e per Catania (che stiamo assumendo alla stella longitudine). Possiamo calcolare la distanza lineare tra le due località (V-CT) con il teorema di Pitagora o con il teorema della corda.

La differenza di latitudine tra Catania e Vienna è:

$$\varphi = \varphi_V - \varphi_{CT} = (48° \, 12' - 37° \, 29') = 10° \, 43' \cong 10°.72$$

Teorema di Pitagora: $VL = R_T \sin\varphi \cong 1186 \, km \qquad LCT = R_T - OL = R_T - R_T \cos\varphi \cong 111 \, km$

$$V - CT = \sqrt{VL^2 + LCT^2} \cong 1190 \, km$$

Teorema della corda: $V - CT = 2 \, R_T \sin\alpha = 2 \, R_T \sin\left(\frac{180-(180-\varphi)}{2}\right) = 2 \, R_T \sin 5°.36 \cong 1190 \, km$

12. MA

La magnitudine della variabile al massimo di luminosità è: $M_{2max} = M_{2min} - \Delta M = 4.15 - 1.00 = 3.15$.
Utilizzando la relazione $m_{1+2} = m_2 - 2.5 \log (10^{0.4(m2 - m1)} + 1)$. avremo:
$M_{max} = M_1 + M_{2max} = 2.75 + 3.15 = 2.18$ (quando la variabile è al massimo di luminosità)
$M_{min} = M_1 + M_{2min} = 2.75 + 4.15 = 2.49$ (quando la variabile è al minimo di luminosità).

27. MA

Alla distanza $d = 45 \cdot 10^3$ anni luce = 13800 pc, la magnitudine apparente del Sole è data da:

$$m_\odot = M + 5 \log d - 5 = 20.53$$

Consideriamo la differenza di magnitudine tra l'ammasso e il Sole visto alla distanza dell'ammasso: $m_{TOT} = m_\odot - 2.5 \log \frac{F_{TOT}}{F_\odot} = m_\odot - 2.5 \log \frac{N \, F_\odot}{F_\odot} = m_\odot - 2.5 \log N$ *da cui ricaviamo:*

$$N = 10^{\left(\frac{m_\odot - m_{TOT}}{2.5}\right)} = 10^{\left(\frac{20.53 - 15.1}{2.5}\right)} \cong 150$$