Olimpiadi Italiane di Astronomia 2018, INAF - Osservatorio Astrofisico di Catania
Corso di preparazione alla Finale Nazionale - Incontro 4: **16 aprile 2018**
A cura di: Giuseppe Cutispoto e Mariachiara Falco

15. CA
Nel 1100 A.C. degli astronomi misurarono l'altezza massima del Sole al meridiano ai solstizi, ottenendo $h_1 = 79° 7'$ e $h_2 = 31° 19'$. In entrambi i casi il Sole era a Sud dello Zenith. A quale latitudine furono eseguite queste osservazioni ? Quanto valeva all'epoca l'obliquità dell'eclittica ?

20. CA
Un astronomo nota che il suo orologio a tempo siderale si è fermato. Suggerite un metodo per sincronizzare il suo orologio con il tempo siderale.

23. CA
Abbiamo osservato una stella sorgere alle ore 22:00 UT del 3 Febbraio 2012. In una data successiva abbiamo osservato la stessa stella sorgere alle 19:58 UT. In che giorno è stata fatta la seconda osservazione? Assumiamo per il giorno siderale una durata di 23h 56′ 4″ (=86164 s).

27. CA
La notte del 21 Dicembre 2015 il cielo a Milano ($\varphi = 45° 28'$) rimase coperto per tutta la notte. Circa a mezzanotte fu possibile osservare vicino al meridiano in direzione sud, in mezzo alle nuvole, solo una stella molto luminosa. Quali tra le seguenti stelle: Sirio (α_{2000}= 6h 45m, $\delta_{2000} = -16° 42'$), Vega (α_{2000}= 18h 37m, $\delta_{2000} = 38° 47'$), Arturo (α_{2000}= 14h 15m, $\delta_{2000} = 19° 11'$), Canopo (α_{2000}= 6h 23m, $\delta_{2000} = -52° 41'$) e Antares (α_{2000}= 16h 29m, $\delta_{2000} = -26° 25'$), poteva essere quella osservata?

1. KB
La Luna si allontana dalla Terra a una velocità $V_a \sim 3.8$ cm/anno. Tra quanto tempo non sarà più possibile osservare eclissi totali di Sole ?

8. KB
L'asteroide Pallas ha un raggio medio R = 512 km, l'accelerazione di gravità alla sua superfice vale: g = 0.210 m/s^2. Calcolare la densità dell'asteroide e la sua velocità di fuga. Calcolare la velocità (v_i) di impatto con l'asteroide di un corpo di piccola massa lasciato cadere, da fermo, da una distanza h = 800 km dalla superficie.

15. KB
Disegnare sullo stesso grafico le orbite delle comete P/HUSB (e = 0.230) e P/WIFE (e = 0.950) che hanno la stessa linea degli apsidi e distanza all'afelio di 15.02 UA. Il 7 aprile 2016 le due comete si trovano entrambe al perielio, quale sarà, all'incirca, la loro configurazione a fine Agosto 2037 ?

17. MA
Il telescopio spaziale Hubble ha osservato una cefeide in una galassia dell'ammasso della Vergine, misurando una magnitudine media $m_v = 24.9$ e un periodo P = 43 giorni. Quante volte questa cefeide è più luminosa del Sole? Si determini il modulo di distanza e la distanza in parsec e anni luce della galassia che ospita la cefeide. La galassia ha dimensione angolare apparente $\alpha = 415''$, ed è osservata perpendicolarmente al suo piano galattico; quanto vale il suo diametro in anni luce?

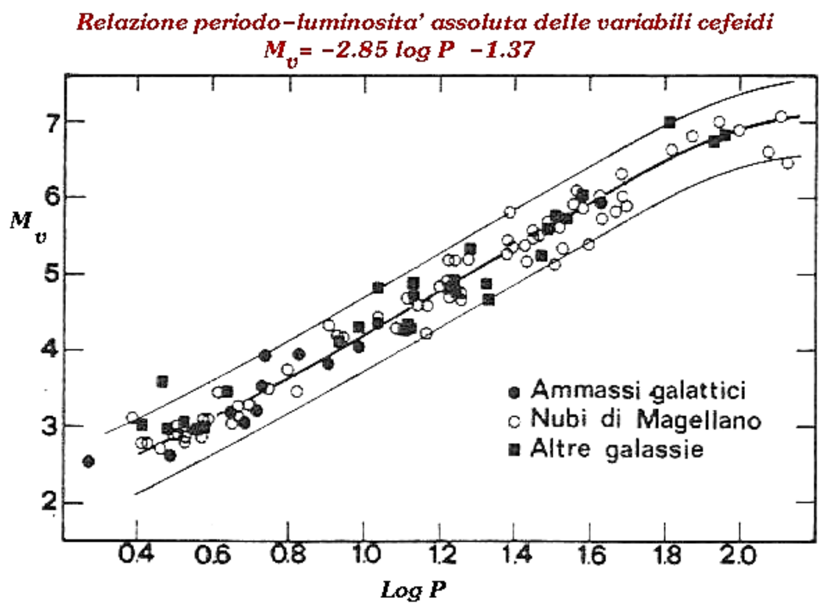
1. MB
Un sistema binario non risolto è formato da una stella di luminosità costante avente magnitudine visuale V = 5.60 e indice di colore B-V = 0.35 e da una stella variabile la cui luminosità risulta compresa nell'intervallo V_{max}= 6.50, V_{min} = 7.00 e i cui indici di colore al massimo e al minimo di luminosità valgono $B\text{-}V_{max}$ = 0.75 e $B\text{-}V_{min}$ = 0.85. Calcolare magnitudine V e indice di colore B-V osservate per il sistema binario quando la variabile è al massimo e al minimo di luminosità.

10. VA

Nello spettro di una stella le righe Hα (λ_0 = 6563 Å) e Hβ (λ_0 = 4861 Å) vengono osservate alle lunghezze d'onda Hα = 6628.6 Å e Hβ = 4909.6 Å. Determinare la velocità radiale della stella. Quanto valgono le lunghezze d'onda a riposo delle righe Hγ, Hδ e Hε se nello spettro della stella vengono osservate alle lunghezze d'onda: Hγ = 4384.4 Å, Hδ = 4143.0 Å e Hε = 4009.7 Å?

11. VA

Altair (α Aquilae) ha una parallasse π = 0".198, un moto proprio μ = 0.658 arcsec/anno, una velocità radiale V_r = –26.0 km/sec e una magnitudine visuale m = 0.89. Tra quanto tempo si troverà alla minima distanza dal Sole? Quale sarà il valore di tale distanza? Si determini la magnitudine visuale di Altair in quel punto.



Soluzioni

15. CA

La latitudine di un luogo è pari all'altezza del Polo Celeste (Nord in questo caso). Il Polo Celeste si trova a 90° dall'equatore celeste, la cui altezza è data dalla media dell'altezza del Sole ai solstizi. Si avrà quindi $h_{equatore\ celeste}$ *= 55° 13′ e quindi φ = 180° - 90° - 55° 13′ = 34° 47′. L'obliquità dell'eclittica è data dalla differenza tra l'altezza del Sole al meridiano (massima o minima) e l'altezza dell'equatore celeste al meridiano. Considerando l'altezza massima si avrà: ε = 79° 7 ' – 55° 13′ = 23° 54′. Notiamo quindi che il valore dell'obliquità è diminuito.*

20. CA

Il tempo siderale (t) è definito come l'angolo orario del punto γ. Se di una stella conosciamo l'ascensione retta (α) e ne misuriamo l'angolo orario (H), vale la relazione. t = α + H; quindi in ogni istante passano al meridiano le stelle la cui ascensione retta è pari al tempo siderale. L'astronomo potrà quindi regolare l'orologio a tempo siderale sul valore dell'ascensione retta di una stella e farlo ripartire nell'istante in cui detta stella passa al meridiano.

23. CA

A causa della differenza tra giorno siderale (23h 56m 4s) e giorno solare medio, ogni giorno le stelle anticipano l'ora in cui sorgono di circa 3m 56 s = 3.93 m. La differenza di UT tra le due osservazioni è di 2h 2m = 122 m. Il numero di giorni trascorsi è dato da 122/3.93 = 31 (il risultato è arrotondato all'intero più prossimo considerando le approssimazioni utilizzate).Quindi la seconda osservazione è stata fatta il 5 Marzo 2012 (il 2012 era anno bisestile).

27. CA

Il 21 marzo il Sole si trova nel punto γ, quindi la sua ascensione retta è: $\alpha_{\odot 21\ \mathrm{Marzo}}$ *= 0 h. Il 22 Settembre il Sole si trova nel punto della Bilancia, quindi* $\alpha_{\odot 22\ \mathrm{Settembre}}$ *= 12 h. Ne segue che* $\alpha_{\odot 21\ Giugno}$ *= 6 h e che* $\alpha_{\odot 21\ \mathrm{Dicembre}}$ *= 18 h. Quindi alla mezzanotte del 21 Dicembre passano al meridiano in direzione sud le stelle con ascensione retta α= 6 h. Tuttavia da Milano non è possibile osservare Canopo, poiché in una data località risultano visibili solo le stelle con: δ* ***> φ - 90*** *e quindi a Milano saranno visibili le stelle con δ > - 44° 32′, di conseguenza la stella osservata era Sirio.*
Nota: per soluzioni più accurate occorre far riferimento al tempo siderale e considerare la differenza tra la longitudine del luogo di osservazione e la latitudine centrale del fuso orario, oppure la differenza tra la longitudine del luogo di osservazione e il meridiano di Greenwich

1. KB

Le eclissi totali di Sole non avranno più luogo quando il diametro apparente della Luna al perielio (D_{PLuna}) *sarà minore del diametro apparente del Sole all'afelio* ($D_{A\odot}$)*. La dimensione angolare del Sole all'afelio è data dalla relazione:*

$$D_{A\odot} = 2 \cdot \sin^{-1}\left(\frac{R_\odot}{d_{A\odot}}\right) = 31'.44$$

Determiniamo allora la distanza (d_{FE}) *dalla quale il disco lunare sottende un angolo α = 31′.44 (ovvero il raggio lunare sottende un angolo di 15′.72), che è data da:*

$$d_{FE} = \frac{R_{Luna}}{\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)} = \frac{1738}{\sin 0°.262} \cong 380.1 \cdot 10^3\ km$$

La distanza attuale della Luna al perigeo (d_P) *vale:* $d_p = a_{Luna}\ (1\text{-}e) \cong 363.3 \cdot 10^3\ km$. *Detta Va la velocità di allontanamento il tempo (T) necessario affinché la distanza della Luna al perigeo diventi uguale a* d_{FE} è *data da:*

$$T = \frac{d_{FE} - d_p}{V_a} = \frac{380.1 \cdot 10^8 - 363.3 \cdot 10^8}{3.8} = \frac{16.8 \cdot 10^8}{3.8} \approx 440 \cdot 10^6\ anni$$

Nota: nella soluzione si assume che la velocità di allontanamento, le eccentricità dell'orbita lunare e dell'orbita della Terra e il raggio del Sole rimangano costanti; considerando le loro variazioni si stima che le eclissi totali di Sole non saranno più osservabili dalla Terra tra ~ 600 · 10^6 *anni.*

8. KB

L'asteroide ha un volume pari a: $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = 56.2 \cdot 10^7\ km^3 = 56.2 \cdot 10^{16}\ m^3$. *Nota l'accelerazione di gravità alla superfice ricaviamo la massa:* $M = \frac{g \cdot R^2}{G} = \frac{0.210 \cdot 2.62 \cdot 10^{11}}{6.67 \cdot 10^{-11}} = 8.25 \cdot 10^{20}\ kg$

e la densità: $\rho = \frac{M}{V} = \frac{8.25 \cdot 10^{20}}{56.2 \cdot 10^{16}} \cong 1470\ \frac{kg}{m^3} = 1.47\ \frac{g}{cm^3}$

La velocità di fuga dall'asteroide vale: $v_f = \sqrt{\frac{2\,G\,M}{R}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6.674 \cdot 10^{-11} \cdot 8.25 \cdot 10^{20}}{512000}} \cong 464\ \frac{m}{s} = 0.464\ \frac{km}{s}$

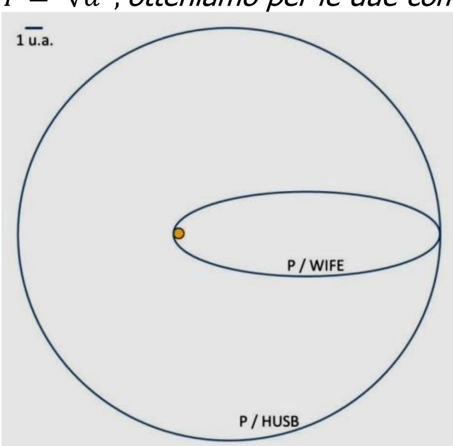
La distanza da cui cade il corpo è dello stesso ordine di grandezza delle dimensioni dell'asteroide. Dalla conservazione dell'energia meccanica posto H = h + R = 1312 km ed essendo $v_0 = 0$*, si avrà:*

$$\frac{1}{2}\,m\,v_i^2 - \frac{G\,M\,m}{R} = 0 - \frac{G\,M\,m}{H}$$

Da cui : $v_i = \sqrt{2\,G\,M\left(\frac{H-R}{HR}\right)} = \sqrt{2 \cdot 6.674 \cdot 10^{-11} \cdot 8.25 \cdot 10^{20}\left(\frac{800 \cdot 10^3}{1312 \cdot 10^3 \cdot 512 \cdot 10^3}\right)} = 362\ \frac{m}{s}$

15. KB

Dette "D_P" le "D_A" le distane al perielio e all'afelio, "a" e "b" la lunghezza dei semiassi (tutte in UA) e "T" il periodo di rivoluzione (in anni), dalle relazioni: $D_P = \frac{1-e}{1+e}\,D_a$; $a = \frac{D_a + D_p}{2}$; $b = a\sqrt{1-e^2}$; $T = \sqrt{a^3}$, *otteniamo per le due comete i valori riportati nella seguente tabella:*



Nome	D_A	D_P	a	b	e	T
P/HUSB	15.02	9.40	12.21	11.88	0.230	42.67
P/WIFE	15.02	0.385	7.70	2.40	0.950	21.37

Sapendo che le due comete hanno la stessa linea degli apsidi, otteniamo infine il grafico sulla sinistra, con entrambe le comete al perielio il 7 aprile 2016.
A fine Agosto 2037 saranno trascorsi circa 21.38 anni (21 anni + 4.5 mesi), un tempo simile a quello di rivoluzione di P/WIFE e pari a circa la metà di quello di rivoluzione di P/HUSB. Quindi la cometa P/WIFE sarà nuovamente nei pressi del perielio, mentre P/HUSB si troverà nei pressi dell'afelio.

17. MA

La relazione lineare tra il logaritmo del periodo e la magnitudine assoluta fa si che le cefeidi siano degli ottimi indicatori di distanza. Dalla relazione $M_v = -2.85 \log P - 1.37$ *ricaviamo:*

$$M_{V cefeide} = -2.85 \log 43 - 1.37 \cong -6.03$$

La differenza tra la magnitudine assoluta della cefeide e quella del Sole è $\Delta M = -10.86$ *e poiché:*

$$\Delta M = 2.5 \log \frac{L_{cefeide}}{L_\odot} \qquad \textit{ricaviamo: } L_{cefeide} = L_\odot \cdot 10^{\left(\frac{\Delta M}{-2.5}\right)} = 22 \cdot 10^3\,L_\odot$$

Il modulo di distanza (DM) è definito come la differenza tra la magnitudine apparente e quella assoluta. Per la cefeide, e quindi per la galassia, si avrà:

$$DM_{cefeide} = DM_{galassia} = m - M = 24.9 + 6.03 \cong 30.9$$

Dalla alla relazione M = m + 5 – 5 log d, ricaviamo la distanza della cefeide, che coincide con quella della galassia:

$$d_{cefeide} = d_{galassia} = 10^{\left(\frac{m-M+5}{5}\right)} \cong 15.3 \cdot 10^6\, pc = 15.3\, Mpc \cong 50 \cdot 10^6\, anni\ luce$$

Poiché è osservata perpendicolarmente al suo piano galattico, il diametro (D) della galassia è dato da:

$$D = d_{galassia} \tan 415" = d_{galassia} \tan 0°.115 \cong 100000\, anni\ luce$$

1. MB

La magnitudine B della stella non variabile vale: B = 5.95, mentre per la variabile si ha: B_{max} = 7.25 e B_{min} = 7.85. Dalla relazione $V_{A+B} = V_A - 2.5 \log (10^{0.4\,(VA - VB)} + 1)$, ricaviamo che la magnitudine del sistema al massimo di luminosità vale V_{max} = 5.21, mentre la magnitudine al minimo vale V_{min} = 5.34. Analogamente, le magnitudini B del sistema in corrispondenza del massimo e del minimo della variabile sono: B_{max} = 5.66 e B_{min} = 5.78 e quindi gli indici di colore al massimo e al minimo di luminosità saranno B-V_{max} =0.45 , B-V_{min} = 0.44. L'indice di colore B-V può essere usato per ricavare la temperatura di una stella, a un valore minore di B-V corrisponde una temperatura della fotosfera maggiore. Nel caso in questione però vediamo che la variazione di luminosità e la diminuzione di temperatura della stella più fredda simulano un leggerissimo aumento della temperatura della binaria non risolta.

10. VA

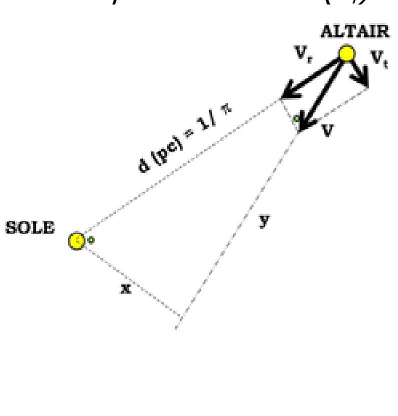
Dalla relazione $v = c\,\frac{\Delta\lambda}{\lambda_o}$ dalle righe Hα e Hβ ricaviamo vα = 2996.5 km/s e vβ = 2997.3 km/s, rispettivamente e quindi una velocità radiale media: v = 2996.9 km/s. Nota la lunghezza d'onda osservata e la velocità radiale la lunghezza d'onda a riposo si ricava dalla relazione: $\lambda_0 = \frac{\lambda_{oss}}{1+\frac{v}{c}}$ da cui otteniamo: Hγ = 4341 Å, Hδ = 4102 Å e Hε = 3970 Å

***Nota:** il valore $\frac{\Delta\lambda}{\lambda_o}$ è anche detto "redshift" ed è indicato con "z". Per piccoli valori di "z" vale l'approssimazione $\frac{\Delta\lambda}{\lambda_o} = \frac{v}{c}$; al crescere di "z" occorre considerare l'approssimazione relativistica:*

$z = \sqrt{\frac{1+\frac{v}{c}}{1-\frac{v}{c}}} - 1$ *da cui si ricava:* $v = c\,\frac{(z+1)^2 - 1}{(z+1)^2 + 1}$ *che comporta v<c anche se z>1*

11. VA

Il moto di Altair rispetto al Sole è mostrato nella seguente figura, dove la velocità (V) è scomposta nella componente radiale (V_r) e in quella tangenziale (Vt)



Nella figura possiamo identificare due triangoli rettangoli simili. Uno ha per cateti Vr e Vt e per ipotenusa V. L'altro ha per cateti la distanza minima di Altair dal Sole (x) e la distanza che Altair deve percorrere per arrivare al punto di distanza minima (y) e per ipotenusa l'attuale distanza di Altair dal Sole (d).
Avremo quindi:

Vt : x = V : d e Vr : y = V : d

Da cui ricaviamo:

$$x = \frac{Vt \cdot d}{V} \quad e \quad y = \frac{Vr \cdot d}{V}$$

La distanza attuale di Altair vale:

$$d = \frac{1}{\pi} = \frac{1}{0".198} \cong 5.051\, pc \cong 15.58 \cdot 10^{13}\, km$$

Il valore negativo per la velocità radiale indica semplicemente che la stella si muove in direzione del Sole, nei calcoli si assumerà il valore assoluto.
Dal valore della velocità tangenziale, sappiamo che Altair si sposta in cielo di 0".658/anno, che alla distanza d = $15.58 \cdot 10^{13}\, km$, corrisponde a percorrere in un anno una distanza (D) pari a:

$$D = d \cdot \tan\alpha = 15.58 \cdot 10^{13} \cdot \tan 18°.28 \cdot 10^{-5} \cong 497.0 \cdot 10^{6}\ km$$

Ne deriva che Altair ha una velocità tangenziale: $Vt \cong 15.75\ \frac{km}{s}$

Di conseguenza, la velocità di Altair nello spazio vale: $V = \sqrt{Vr^2 + Vt^2} = 30.4\ \frac{km}{s}$

Avremo infine:

$$x = \frac{Vt \cdot d}{V} = \frac{15.75 \cdot 15.58 \cdot 10^{13} \cdot}{30.4} \cong 8.07 \cdot 10^{13}\ km = 2.62\ pc$$

Mentre per il tempo (T) si ottiene il valore:

$$T = \frac{y}{V} = \frac{Vr \cdot d}{V^2} = \frac{26.0 \cdot 15.58 \cdot 10^{13}}{924.2} \cong 4.38 \cdot 10^{12}\ s \cong 139000\ anni$$

Dalla magnitudine apparente attuale ricaviamo la magnitudine assoluta di Altair:

$$M = m + 5 - 5\log d = 2.37$$

Ricaviamo infine la magnitudine apparente che avrà Altair alla minima distanza dalla relazione:

$$m = M - 5 + 5\log x = -0.54$$