



OLIMPIADI ITALIANE DI ASTRONOMIA 2009

GARA INTERREGIONALE

SOLUZIONI DEI PROBLEMI

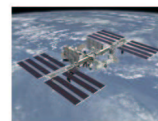
Categoria JUNIOR

Problema 1. Racconta Erodoto ne *Le Storie* che Lidi e Medi, che stavano combattendo una lunga guerra da cinque anni, giunsero ad un trattato di pace in seguito allo sconcerto suscitato da un'eclisse totale di Sole. Al sesto anno di guerra, infatti, proprio mentre fervevano i combattimenti fra i due eserciti, d'improvviso il giorno si trasformò in notte ed il campo di battaglia fu rischiarato solo dalla Luna piena. I Lidi e i Medi, quindi, "vedendo la notte subentrare al giorno, smisero di combattere e con sollecitudine desiderarono, sia gli uni sia gli altri, che si facesse la pace". In tutto questo racconto c'è un grave errore. Sapreste individuarlo ?



Soluzione. *Il grave errore sta nell'affermazione che c'era la Luna piena. Durante un'eclisse di Sole, infatti, la Luna si trova tra il Sole stesso e la Terra. È quindi impossibile che ci sia la Luna piena, che si verifica quando è invece la Terra a trovarsi tra il Sole e la Luna. (Si noti che quest'ultima situazione non coincide necessariamente con quella in cui si verifica un'eclisse di Luna: questa avviene infatti solo se la Luna -piena- si trova nello stesso tempo a transitare attraverso il cono d'ombra della Terra.)*

Problema 2. Un astronomo è indeciso sul luogo ove installare i suoi telescopi. Prende in considerazione diverse possibilità: *a)* isola della Laguna di Venezia; *b)* Polo Nord; *c)* terrazza in cima alla Torre Eiffel; *d)* Stazione Spaziale Internazionale; *e)* sommità della Grande Piramide di Cheope. Indicate in ordine crescente i luoghi dai quali egli potrà osservare nel corso di un anno una parte sempre maggiore della volta celeste. Si tralasci l'influenza delle condizioni atmosferiche e della luce ambientale.



Soluzione. La Stazione Spaziale Internazionale compie ogni giorno un certo numero di orbite (circa 15) intorno alla Terra e pertanto è in grado di osservare tutta la volta celeste ad eccezione di una piccola regione in direzione del Sole. Questo problema viene però superato dal fatto che la Stazione Spaziale, oltre ad orbitare intorno alla Terra, orbita con quest'ultima anche intorno al Sole e pertanto ogni zona che non sia osservabile in un dato giorno lo sarà comunque dopo un breve tempo (non più di un mese). Dunque la Stazione Spaziale Internazionale è il luogo migliore dove il nostro astronomo dovrebbe installare il suo telescopio.

Se però non potesse andare nello spazio, allora egli dovrebbe prendere in considerazione i luoghi posti sulla Terra. Per questi vale una considerazione analoga a quella fatta per la Stazione Spaziale: per ogni luogo non è importante la copertura da Est a Ovest, che viene completata grazie al moto di rotazione della Terra intorno al proprio asse, unitamente a quello di rivoluzione intorno al Sole. È importante invece la copertura "istantanea" da Nord a Sud.

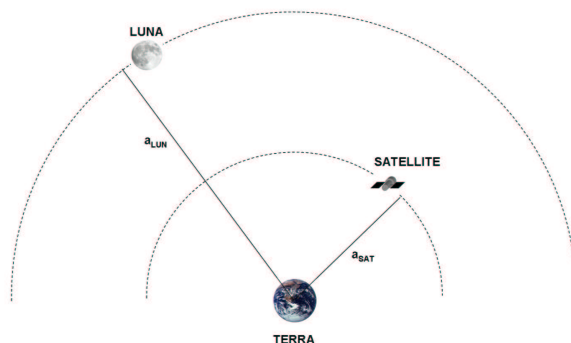
Vediamo allora che dal Polo Nord, che pure mostra tutti gli oggetti circumpolari, si vede in realtà il solo emisfero boreale; mentre scendendo in latitudine, all'emisfero boreale si aggiunge via via una porzione crescente di emisfero australe finché, sull'equatore terrestre (dove i due poli celesti giacciono sull'orizzonte) si ha la totale copertura della volta celeste in direzione Nord-Sud.

Pertanto, nel corso dell'anno, dal Polo Nord si potrà osservare una porzione minore di quella che si osserva dalla Torre Eiffel, che a sua volta sarà minore di quella che si osserva dalla Laguna di Venezia, la quale infine sarà minore di quella che si osserva dalla Piramide di Cheope.

Per rispondere compiutamente al problema (che chiedeva di elencare i luoghi in ordine crescente, quindi dal meno favorevole al più favorevole), la sequenza corretta è dunque B-C-A-E-D.

Problema 3. I satelliti geostazionari sono così chiamati perché rimangono sempre sulla verticale dello stesso punto della superficie terrestre. Poiché essi stanno comunque orbitando intorno alla Terra, si determini a quale altezza si trovano rispetto alla superficie del nostro pianeta.

Sono noti i seguenti dati: 1) periodo di rivoluzione della Luna, $T_{LUN} = 27^d 07^h 43.2^m$; 2) distanza media Terra-Luna, $a_{LUN} = 384104,86$ km; 3) periodo di rotazione terrestre, $T_{TER} = 23,934$ ore; 4) raggio terrestre, $R_{TER} = 6372,80$ km.



Soluzione. Si deve applicare la terza legge di Keplero utilizzando i dati noti della Luna e quelli, incogniti, del satellite:

$$\left(\frac{T_{LUN}}{T_{SAT}}\right)^2 = \left(\frac{a_{LUN}}{a_{SAT}}\right)^3$$

avendo indicato con T_{SAT} il periodo di rivoluzione del satellite e con a_{SAT} la sua distanza dalla Terra. Ora, però, sappiamo che il satellite è geostazionario pur orbitando intorno alla Terra: questo vuol dire che il suo periodo di rivoluzione è esattamente pari al periodo di rotazione terrestre, $T_{SAT} = T_{TER}$. Quindi possiamo calcolare l'unica incognita del problema, che è

$$a_{SAT} = a_{LUN} \sqrt[3]{\left(\frac{T_{SAT}}{T_{LUN}}\right)^2} = a_{LUN} \sqrt[3]{\left(\frac{T_{TER}}{T_{LUN}}\right)^2} = 42265.02 \text{ km.}$$

Il problema non è però terminato, poiché non si chiede la distanza dalla Terra (cioè dal suo centro), bensì l'altezza sulla superficie: occorre quindi sottrarre il raggio terrestre da questa quantità, ottenendo infine $h = a_{SAT} - R_{TER} = 35892.22 \text{ km}$



Problema 4. Quando la Luna ci appare illuminata per metà, con gobba a Ovest, si parla di “primo quarto”. Poi, circa una settimana dopo, giunge la fase di Luna piena. In linea di principio, la fase piena della Luna potrebbe venire invece una settimana prima della fase di gobba a Ovest. In tale caso ipotetico, che cosa dovrebbe essere differente nel sistema Terra-Luna?

Soluzione. La sequenza vera delle fasi lunari è dovuta alla direzione del moto orbitale della Luna la quale precede ogni giorno di poco più di 13° verso Est, allontanandosi quindi angolarmente sempre più dal Sole in questa direzione. Per tale motivo si succedono dapprima la gobba ad Ovest, quindi la Luna piena ed infine la gobba ad Est.

L'unico modo per far sì che la Luna piena si verifichi prima della gobba ad Ovest sarebbe quello di invertire l'intero processo, ovvero avere la Luna che percorre la sua orbita in direzione opposta a quella vera. Poiché il moto orbitale della Luna intorno alla Terra è concorde con quello della Terra intorno al Sole (e precisamente, visti dal Polo Nord celeste, avvengono in senso antiorario), nel nostro caso si parlerebbe di orbita lunare retrograda.

Problema 5. Determinare a quale distanza dall'occhio bisogna porre una moneta avente un diametro di cm 1.7 affinché il disco della Luna (piena) risulti completamente coperto.



Soluzione. L'angolo sotteso dalla moneta deve essere uguale a quello sotteso dalla Luna piena. A tale scopo la moneta, di diametro D , deve essere posta ad una distanza x dall'occhio in modo tale che il rapporto tra D e x sia uguale al rapporto tra il diametro della Luna piena D_{LUNA} e la sua distanza (media) d_{LUNA} dalla Terra:

$$D : x = D_{LUNA} : d_{LUNA}$$

da cui

$$x = \frac{D}{D_{LUNA}} d_{LUNA}$$

Qui è necessario ricordare, almeno con una accettabile approssimazione, il diametro della Luna e la sua distanza dalla Terra...! I valori in questione sono

$$D_{LUNA} = 3474 \text{ Km}$$

$$d_{LUNA} = 384000 \text{ Km}$$

e quindi si ricava
$$x = \frac{1.7 \text{ cm}}{3474 \text{ Km}} 384000 \text{ Km} = 187.9 \text{ cm}$$