Olimpiadi Italiane di Astronomia 2019
INAF – Osservatorio Astrofisico di Catania

Corso di preparazione alla Gara Interregionale: Categoria **Junior 2 - Senior**

Incontro 1: 17 gennaio 2019 - A cura di: Giuseppe Cutispoto e Mariachiara Falco

K-A1
Svolgete i seguenti calcoli:

a) $10^3 \cdot 10^5 = ?$ $(10^3)^3 = ?$ $10^8 + 10^2 = ?$ $\frac{10^{20}}{10^{-11} \cdot 10^{24}} = ?$

b) $25.764 + 113.22 = ?$ $\frac{25.764}{113.22} = ?$

c) In un triangolo rettangolo l'angolo β formato dall'ipotenusa e dal cateto maggiore "b" vale: β = 25".88. Detto "a" il cateto opposto all'angolo β, se b = $384.4 \cdot 10^3$ km quanto vale "a"?

K-A3
Un asteroide dista dal Sole 2.978 UA al perielio e 9.022 UA all'afelio. Determinate il semiasse maggiore, in UA e in km, e l'eccentricità dell'orbita. Calcolate il periodo di rivoluzione dell'asteroide. Stimate di quanto cambierebbe il periodo se l'eccentricità dell'orbita si dimezzasse.

K-A11
Può una cometa avere un periodo di rivoluzione di un anno e una distanza all'afelio maggiore di quella di Marte?

K-A14
Un asteroide ha un raggio di 200 km e la sua densità media è pari a quella di Mercurio. Calcolate il valore dell'accelerazione di gravità alla superfice dell'asteroide in m/s^2.

K-A16
Calcolate il minimo periodo di rivoluzione (in anni e in hh:mm) di un satellite che si muove su un'orbita circolare intorno al Sole e di uno che si muove su un'orbita circolare intorno alla Terra. Si assuma per il Sole e per la Terra una forma perfettamente sferica.

K-A17
Supponete di raddoppiare la massa del Sole. Calcolate il nuovo periodo di rivoluzione della Terra mantenendo inalterato il valore dell'UA. Se la massa di Mercurio raddoppiasse, quale sarebbe il suo nuovo periodo di rivoluzione supponendo invariato il semiasse maggiore dell'orbita?

K-A18
Secondo un mito greco un giorno il dio Efesto, che si trovava in cielo, lasciò cadere il suo incudine sulla Terra. L'incudine impiegò nove giorni per schiantarsi al suolo. Calcolate l'altezza del cielo secondo questo mito.

K-A22
Calcolate, trascurando l'inclinazione dell'orbita lunare sull'eclittica, la distanza minima della Luna Piena e della Luna Nuova dal Sole. Per le eccentricità si assumano i valori: $e_L = 0.05490$, $e_T = 0.01671$

K-A25
Calcolare il periodo sinodico di Nettuno, osservato da un corpo il cui semiasse maggiore dell'orbita vale: $a = 227.9 \cdot 10^6$ km

K-A28
Una cometa si muove intorno al Sole con moto retrogrado e ha un semiasse maggiore dell'orbita pari a 3.52 UA. Calcolate il suo periodo sinodico, osservato dalla Terra, in anni e in giorni.

K-A32
Calcolare l'accelerazione di gravità al limite superiore della fotosfera solare e quanto dovrebbe valere il raggio della Terra per avere alla sua superficie la stessa accelerazione di gravità.

K-A34
La seguente frase contiene alcune informazioni errate, dite quali. Mercurio è il pianeta più piccolo del Sistema Solare ed è quello più vicino al Sole. Il suo periodo sinodico è di 150.36 giorni. E' l'unico pianeta che possiamo osservate transitare sul disco solare. Tra una congiunzione superiore e una congiunzione inferiore di Mercurio passano circa 58 giorni. E' stato osservato in opposizione nell'estate del 2015.

K-A44
Supponete che la massa del Sole si riduca a $M_\odot = 1.00 \cdot 10^{30}$ kg. Mantenendo inalterati il periodo di rotazione della Terra e il semiasse maggiore dell'orbita, da quanti giorni sarebbe formato un anno ? Quanto varrebbero, in km, un parsec e un anno luce ?

Soluzioni:

K-A1
a) $10^3 \cdot 10^5 = 10^8$ $(10^3)^3 = 10^9$ $10^8 + 10^2 \sim 10^8$ (10^2 è trascurabile rispetto a 10^8)
$\frac{10^{20}}{10^{-11} \cdot 10^{24}} = 10^7$
b) 25.764 + 113.22 = 138.98 25.764/113.22 = 0.22756
Nota: *In una somma il numero di cifre dopo la virgola da riportare nel risultato è pari a quelle del valore con precisione minore. In un prodotto, o una divisione, bisogna considerare le "cifre significative" del valore con precisione minore. Se una misura ha valore 25.764 significa che l'apparato di misura non è in grado di apprezzare quantità inferiori al millesimo, l'errore sul dato sarà di ± 0.001 e le cifre significative sono 5. Anche per il valore 113.22 le cifre significative 5. Altri esempi: per il valore 0.734 le cifre significative sono 3, per il valore 0.7340 le cifre significative sono 4, per il valore 0.0042 le cifre significative sono 2. Dalla teoria degli errori sappiamo che possiamo esprimere il risultato finale del rapporto (o prodotto) di due grandezze con un numero di cifre significative pari, con buona approssimazione, al numero di cifre significative della quantità misurata con precisione minore.*
c) β = 25''.88 = 0.0072°, a = b · tg β = 48.23 km

K-A3
Il semiasse maggiore vale: $a = (D_a + D_P)/2$ = 6 UA = 897.6 · 10^6 km. Dalla relazione $D_A = a\,(1+e)$ ricaviamo e = 0.5037. Il periodo di rivoluzione, che non dipende dall'eccentricità dell'orbita ma solo dal semiasse maggiore, si ottiene dalla III legge di Keplero e vale T = $\sqrt{a^3}$ = 14.70 anni

K-A11
Poiché T = 1 anno, il semiasse maggiore dell'orbita della cometa vale a = 1 UA. Il semiasse maggiore dell'orbita di Marte è di 1.523 UA. Poiché $d_{afelio} = a\,(1+e)$, per essere $d_{afelio} > 1.523$ UA occorre che l'orbita della cometa abbia un'eccentricità e > 0.523.

K-A14
La massa (M) è data dalla densità media (σ) per il volume. Se un corpo è sferico: $M = \sigma\, V = \frac{4}{3}\pi\, R^3$. Consideriamo il rapporto tra la massa dell'asteroide (M_a) e quella di Mercurio (M_M). Poiché le densità

dei due corpi sono uguali avremo: $M_a = M_M \left(\frac{R_a}{R_M}\right)^3 = 3.30 \cdot 10^{23} \cdot 5.51 \cdot 10^{-4} = 1.82 \cdot 10^{20}$ *kg e infine* $g_a = \frac{G \cdot M_a}{R^2} = \frac{6.67 \cdot 10^{-11} \cdot 1.82 \cdot 10^{20}}{4.00 \cdot 10^{10}} = 0.303 \frac{m}{s^2}$

K-A16

Il minimo periodo di rivoluzione si ha per orbite che sfiorano la fotosfera/superfice. Per il satellite che ruota intorno al Sole il semiasse maggiore vale: $a = R_\odot = 695475$ *km =* $4.649 \cdot 10^{-3}$ *UA. Quindi dalla III legge di Keplero:* $T = \sqrt{(4.649 \cdot 10^{-3})^3} = 3.170 \cdot 10^{-4}$ *anni = 10004 s ≅ 2 h 47 m. Per il satellite che ruota intorno alla Terra avremo invece:* $T = \sqrt{\frac{4\pi^2 \cdot R_T^3}{G \cdot M_T}} = \sqrt{\frac{39.48 \cdot 2.594 \cdot 10^{20}}{6.674 \cdot 10^{-11} \cdot 5.97 \cdot 10^{24}}} = \sqrt{2.57 \cdot 10^7} \cong 5070\ s \cong 1\ h\ 24\ m$

K-A17

Dalla III Legge di Keplero, detto T_1 *il nuovo periodo di rivoluzione della Terra, avremo nei due casi:*

$$\frac{a^3}{T^2} = \frac{G\,(M_\odot + M_{Terra})}{4\,\pi^2} \qquad e \qquad \frac{a^3}{T_1^2} = \frac{G\,(2M_\odot + M_{Terra})}{4\,\pi^2}$$

La massa della Terra è trascurabile rispetto a quella del Sole e dividendo membro a membro si ha:

$$\frac{T_1^2}{T^2} = \frac{1}{2} \qquad \text{da cui otteniamo:} \qquad T_1 = T\sqrt{0.5} \cong 0.7071\ anni \cong 258.3\ g$$

Raddoppiando la massa di Mercurio il suo periodo di rivoluzione rimarrebbe praticamente invariato. Infatti, anche raddoppiata la massa di Mercurio resterebbe trascurabile rispetto a quella del Sole.

K-A18

Si tratta di un moto accelerato con accelerazione variabile. Poiché uno dei due corpi ha massa trascurabile rispetto all'altro, una soluzione approssimata per il tempo di caduta (t), trascurando il raggio della Terra, può essere ricavata dalla III legge di Keplero, considerando la traiettoria come un'ellisse estremamente schiacciata con il corpo di massa maggiore in uno dei fuochi. Si avrà:

$$t = \sqrt{\frac{\pi^2 d^3}{8\,G\,M}} \quad \text{e quindi} \quad d = \sqrt[3]{\frac{8\,t^2 G\,M}{\pi^2}} = \sqrt[3]{\frac{8 \cdot 6.05 \cdot 10^{11} \cdot 6.67 \cdot 10^{-11} \cdot 5.97 \cdot 10^{24}}{\pi^2}} = 580 \cdot 10^3\ \text{km}$$

K-A22

La Luna è Piena quando è opposta al Sole. La sua distanza minima dal Sole si avrà quando la Terra è al perielio ($D_{TPerielio} = 147.1 \cdot 10^6$ *km) e la Luna Piena al Perigeo (*$D_{LPerigeo} = 363.3 \cdot 10^3$ *km) e vale* $D_{mimLunaPiena} = 147.5 \cdot 10^6$ *km. La Luna è Nuova quando si trova nella stessa direzione del Sole. La sua distanza minima dal Sole si avrà quando la Terra è al perielio (*$D_{TPerielio} = 147.1 \cdot 10^6$ *km) e la Luna all'Apogeo (*$D_{LApogeo} = 405.5 \cdot 10^3$ *km) e vale* $D_{mimLunaNuova} = 146.7 \cdot 10^6$ *km.*

K-A25

Esprimendo il semiasse maggiore dell'orbita del corpo da cui viene fatta l'osservazione in UA e detto E il suo periodo orbitale vale la relazione: $E = \sqrt{a^3} = \sqrt{\left(\frac{227.9 \cdot 10^6}{149.6 \cdot 10^6}\right)^3} = 686.8\ giorni = 1.880\ anni.$ *Considerando le approssimazioni si tratta quindi del pianeta Marte. Il periodo sinodico di Nettuno visto da Marte varrà quindi:* $s = \frac{E \cdot P}{|E-P|} = \frac{309.8}{162.9} \cong \mathbf{1.902}$ anni ≅ *694.6 g*

Nota: il valore calcolato è espresso in giorni terrestri, ma per un osservatore su Marte avrebbe più senso rapportare tutte le grandezze in unità (giorni o anni) marziane

K-A28

Il periodo siderale (P) della cometa si ricava dalla III legge di Keplero e vale: $P = \sqrt{3.52^3} = 6.60\ anni.$ *Il periodo siderale della Terra (E) è di 365.26 giorni. Il periodo sinodico (S) è il tempo che impiega un corpo, osservato dalla Terra, per tornare nella stessa posizione rispetto al Sole. Poiché la cometa ha un moto retrogrado, ovvero ruota intorno al Sole in direzione opposta a quella della Terra le velocità angolari dei due corpi si sommano e vale la relazione:* $S = \frac{E \cdot P}{|E+P|} = \frac{6.60}{7.60} = 0.868$ anni *= 317 g*

K-A32

L'accelerazione di gravità "g" alla superficie di un corpo di massa "M" e raggio "R" è data dalla relazione: $g = \frac{G \cdot M}{R^2}$*. Per il Sole ricaviamo:* $g_{\odot} = \frac{G \cdot M_{\odot}}{R_{\odot}^2}$ *= 274* m s^{-2}*. Dalla relazione* $R = \sqrt{\frac{G \cdot M_{Terra}}{g}}$ *ponendo g = 274* m s^{-2} *otteniamo che il raggio della Terra dovrebbe essere di circa 1210 km*

K-A34

Mercurio è il pianeta più piccolo del Sistema Solare ed è quello più vicino al Sole: corretto. Il suo periodo sinodico è di 150.36 giorni: errato, infatti $S_M = \frac{E \cdot P}{|E-P|} = \frac{365.26 \cdot 87.969}{365.26 - 87.969} = \frac{32132}{2\ 77.29} = 115.88\ g$*. È l'unico pianeta che possiamo osservate transitare sul disco solare: errato, oltre a Mercurio anche l'altro pianeta interno, Venere, può essere visto transitare davanti al Sole. Tra una congiunzione superiore e una congiunzione inferiore di Mercurio passano circa 58 giorni: corretto, è un tempo pari a circa la metà del periodo sinodico (trascurando la differenza di velocità del pianeta all'afelio e al perielio). E' stato osservato in opposizione nell'estate del 2015: errato, i pianeti interni non possono mai essere in opposizione con il Sole.*

K-A44

Ricaviamo il nuovo periodo di rivoluzione della Terra alla III Legge di Keplero:

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2\ a^3}{G\ M_{\odot}}} = \sqrt{\frac{39.48 \cdot 3.348 \cdot 10^{33}}{6.674 \cdot 10^{-11} \cdot 1.00 \cdot 10^{30}}} = 44.5 \cdot 10^6\ s = 515\ giorni$$

Poiché il semiasse dell'orbita resta invariato, la lunghezza del parsec non cambia. Cambia invece la lunghezza di un anno luce: 1 a.l. = 299792 km/s · 44.5 · 10^6 *s = 1.33 ·* 10^{13} *km.* ***Nota:*** *il valore dell'anno luce è definito utilizzando l'Anno Giuliano (=365.25 giorni), mentre nella soluzione si utilizza l'anno siderale, che fornisce comunque una buona approssimazione del valore cercato.*