Olimpiadi Italiane di Astronomia 2018
INAF – Osservatorio Astrofisico di Catania
Corso di preparazione alla Gara Interregionale: Senior
Incontro 3: 9 febbraio 2018
A cura di: Giuseppe Cutispoto e Mariachiara Falco

Problema T.A1
Calcolare il potere risolutivo, a 5500 Å, di un telescopio con apertura di 1 m posto sulla superfice della Terra. Potete osservare con questo strumento, usando le precauzioni del caso, una macchia solare con diametro pari a quello della Terra ? Potete osservare un cratere lunare con diametro di 500 m ?

Problema T.A2
Un telescopio riflettore ha uno specchio con diametro D = 15 cm e ha un rapporto di apertura f/10. Per osservare visualmente con questo strumento abbiamo acquistato un set di tre oculari che hanno tutti un FoV di 60° e lunghezza focale f_1 = 4 mm, f_2 = 10 mm ed f_3 = 20 mm. Quanto vale la focale del telescopio ? Quanti ingrandimenti e che FoV otterremo utilizzando i tre oculari? Con quale oculare potremo osservare l'intero disco lunare ? Abbiamo fatto bene ad acquistare il primo oculare ?

Problema T.A3
L'ammasso globulare M3 dista dal Sole D = 10.4 kpc ed ha un diametro apparente β = 18'. Stimate il diametro dell'ammasso in anni luce. Se osservate l'ammasso con un telescopio con focale F = 2 m, quanto valgono le dimensioni lineari "d" dell'ammasso sul piano focale del telescopio?

Problema T.A6
Osservate Marte in una "Grande Opposizione" con un telescopio riflettore f/8 con apertura D=20 cm. Quanto valgono il diametro angolare apparente di Marte e le sue dimensioni lineari sul piano focale del telescopio ?

Problema T.A8
E' stato osservato il transito di un pianeta extrasolare in orbita intorno a una stella con raggio uguale a quello del Sole. La variazione massima di magnitudine osservata è: Δm = 0.01. Stimate il raggio del pianeta; se la sua massa è di $1.80 \cdot 10^{27}$ kg, potete dedurre se è un pianeta di tipo gassoso o roccioso? Considerando che le migliori misure fotometriche da Terra hanno una precisione dell'ordine di 0.002 magnitudini, stimate le dimensioni del più piccolo pianeta extrasolare osservabile in orbita attorno a una stella di tipo solare.

Problema T.A9
Adoperiamo un telescopio riflettore f/10 con apertura D=90 cm. Sul piano focale del telescopio viene collocato un rivelatore CCD 4640 x 4640 con pixel quadrati con lato di 4.30 ▪m. Quanto vale l'area del cielo che possiamo fotografare con questo strumento? Fotografando la Luna, quanto vale, in media, la distanza in km tra due punti ai margini dell'immagine in prossimità del centro del disco lunare?

Problema T.A11
La Stazione Spaziale Internazionale orbita a un'altezza sulla superfice della Terra **h = 412 km.** Quanto distano lungo la superfice della Terra i due punti più lontani che è possibile osservare simultaneamente in ogni istante dalla ISS ?

Problema T.A13
Volete mettere in orbita intorno a Marte un satellite artificiale per fotografare eclissi totali di Sole, osservabili quando Marte, visto dal satellite, si sovrappone esattamente al Sole. Considerando per il satellite un'orbita circolare sul piano equatoriale di Marte, calcolate la sua distanza da Marte, il suo periodo orbitale e le dimensioni angolari di Marte (e quindi del Sole) viste dal satellite.

Problema T.A16

Due puntatori laser di alta potenza distanti d = 20 m l'uno dall'altro, inviano entrambi un sottilissimo fascio di luce in direzione esattamente verticale. Assumendo la superfice della Terra perfettamente circolare, quale sarà la distanza (h) tra i due fasci a un'altezza dal suolo D = 70 km ?

Soluzioni:

Problema T.A1

Il potere risolutivo (α) in secondi d'arco vale: α = 1.22 $\cdot \frac{5500 \cdot 10^{-10}}{1} \cdot 206265$ *= 0".14. Tuttavia se il telescopio è posto sulla superficie della Terra il suo potere risolutivo "reale" è limitato a circa 1" dagli effetti della turbolenza. Ci sono due soluzioni per la seconda domanda.* ***Soluzione (1a)****. Detta "d" la dimensione della macchia solare e "D" la distanza media Terra-Sole: d = D tan β, dove β è l'angolo sotteso dalla macchia osservata dalla Terra. Otterremo quindi:* $\beta = \tan^{-1}\frac{d}{D} = \tan^{-1}\frac{12756}{149.6 \cdot 10^6} = 0°.004885 = 17".59$*; la macchia risulta ben osservabile, in quanto questo valore è maggiore della risoluzione del telescopio anche tenendo conto degli gli effetti della turbolenza dell'atmosfera.* ***Soluzione (1b).*** *Il diametro vero del Sole è 109 volte quello della Terra, mentre il suo diametro apparente medio (δ) è dato da:* $\delta = 2 \cdot \sin^{-1}\left(\frac{R_\odot}{D}\right) = 0°.5327 = 31'.96 = 31'\,58"$*. Le dimensioni angolari* ($\boldsymbol{\theta}$) *della Terra vista alla distanza del Sole sono:* $\theta = \frac{31.96'}{109}$ *= 17".6; quindi la macchia risulta facilmente osservabile. Il cratere lunare sottende un angolo β = arctan (0.5 / 384.4 · 10^3) = 0".27 > α e sarebbe teoricamente distinguibile con il nostro telescopio, ma in pratica la turbolenza atmosferica ne impedisce l'osservazione.*

Problema T.A2

Lo specchio del telescopio ha diametro D = 15 cm = 150 mm ed essendo un f/10 la sua focale (F) è: F = 150 cm = 1500 mm. L'ingrandimento (I) è dato dalla relazione: $I = \frac{F_{telescopio}}{f_{oculare}}$*, mentre per ogni ingrandimento così ottenuto vale la relazione:* $FoV_{telescopio} = \frac{FoV_{oculare}}{I}$*. Gli ingrandimenti e i corrispondenti FoV varranno quindi: I_{4mm} = 375, FoV_{4mm} = 0°.16 = 9'.6; I_{10mm} = 150, FoV_{10mm} = 0°.4 = 24'; I_{20mm} = 75, FoV_{20mm} = 0°.8 = 48'. Il diametro apparente medio della Luna (δ) è dato dalla relazione:* $\delta = 2 \cdot \sin^{-1}\left(\frac{R_L}{D}\right) = 2 \cdot \sin^{-1}\left(\frac{1738}{384.4 \cdot 10^3}\right) = 0°.5181 = 31'.09 = 31'\,5"$ *e quindi potremo osservarla nella sua interezza solo con il terzo oculare. Sarà inoltre molto difficile utilizzare il primo oculare a causa dell'eccessivo ingrandimento prodotto. Nelle osservazioni visuali aumentando l'ingrandimento diminuiscono la luminosità dell'immagine e il contrasto. Solitamente il limite pratico per l'ingrandimento massimo utilizzabile è pari al "diametro del telescopio in mm". Quindi nel nostro caso essendo D = 150 mm non è consigliabile oltrepassare i 150 ingrandimenti. L'ingrandimento massimo utilizzabile dipende anche dalla turbolenza atmosferica e dallo schema ottico del telescopio (in particolare negli Schmidt-Cassegrain la notevole ostruzione dovuta al secondario e al suo supporto non permettono gli ingrandimenti raggiungibili con un telescopio non ostruito).*

Problema T.A3

Il diametro (d) dell'ammasso è dato da: d = D · tan β = 10.4 · tan (0°.3) = 5.45 · 10^{-2} kpc = 178 al. Detta d_f la dimensione lineare dell'immagine dell'ammasso sul piano focale del telescopio vale la relazione d_f = F · tan β = 2 · tan (0°.3) = 1.05 cm

Problema T.A6

La focale del telescopio è F = 20 cm · 8 = 1.6 m. Una Grande Opposizione è un'opposizione in cui la Terra di trova all'afelio ($D_{TAfelio}$ = 152.1 · 10^6 km) e Marte al Perielio ($D_{MPerielio}$ = 206.6 · 10^6 km). La distanza Terra-Marte sarà quindi: $D_{TM\text{-}GO}$ = 54.5 · 10^6 km. Il diametro apparente di Marte (α) è dato dalla relazione $\alpha = 2 \cdot \sin^{-1}\left(\frac{R_{Marte}}{D_{TM-GO}}\right) =$ 0.00714° = 0'.428 = 25".7, mentre le sue dimensioni lineari (d) sul piano focale del telescopio sono: d = tg α · *F = 0.2 mm*

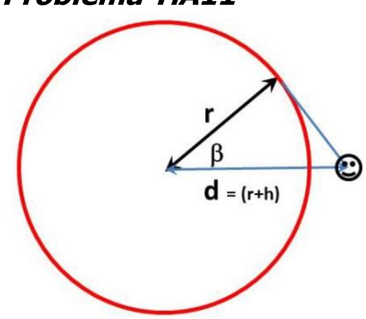
Problema T.A8

Il raggio della stella è pari a quello del Sole e poiché vale la relazione $\Delta m = \left(\frac{R_{pianeta}}{R_{stella}}\right)^2$ *nel caso in esame avremo:* $R_{piameta}$ = *695475 ·* $\sqrt{0.01}$ *= 69.55 ·* 10^3 *km. Si tratta quindi di un pianeta leggermente più piccolo di Giove, la cui densità vale:* $\boldsymbol{\rho} = \frac{M}{V} = \frac{1.80 \cdot 10^{27}}{4.19 \cdot 3.36 \cdot 10^{23}}$ *= 1280* kg/m³ *= 1.28* g/cm³*. Poiché massa, raggio e densità sono simili a quelle di Giove* ($\boldsymbol{\rho_{Giove}}$ ***=*** *1.33* g/cm³) *possiamo dedurre che si tratta di un pianeta gassoso. Dalla relazione* $0.002 = \left(\frac{R_{pianeta}}{R_{stella}}\right)^2$ *possiamo ricavare le dimensioni del pianeta più piccolo osservabile dalla superfice terrestre con il metodo dei transiti in funzione del raggio della stella. Per una stella di tipo solare avremo:* R_{min} *≅ 31.1 ·* 10^3 *km, ovvero un pianeta poco più grande di Urano*.

Problema T.A9

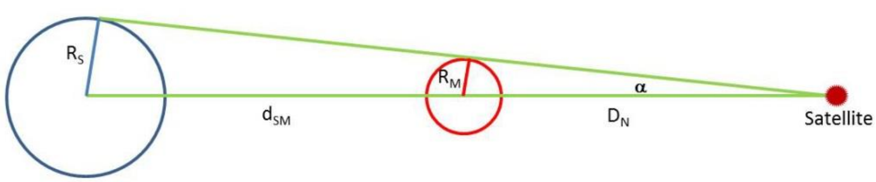
Il rivelatore è costituito da un totale di 4640 · 4640 pixel ed è quindi un 21.5 Megapixels. Le sue dimensioni lineari sono d x d = (4640 x 4640) · 4.30 μm = 2 x 2 cm. Il telescopio ha una lunghezza focale F = 900 cm. Sul piano focale di un telescopio un angolo β sottende una lunghezza L = F tan β, da cui, date le dimensioni del rivelatore, si ha: β = 0°.127 = 7'.62, per cui l'area di cielo che possiamo fotografare vale: A = 0.0161 gradi quadrati = 58.1 primi quadrati. Alla distanza della Luna un angolo di 0°.127 equivale a una distanza lineare in prossimità del centro del disco di circa 850 km.

Problema T.A11



Dobbiamo considerare le relazioni che forniscono i limiti di visibilità di un corpo esteso per un osservatore posto a una distanza dello stesso ordine di grandezza delle dimensioni del corpo . La distanza della ISS dal centro della Terra vale: d = r + h = 6790 km. Detto β l'angolo limite di visibilità dalla ISS poiché: r = d cos β, otteniamo: $\beta = cos^{-1}\left(\frac{r}{d}\right) = cos^{-1}\left(\frac{6378}{6790}\right)$ ***=*** *20°.1. Dalla ISS sarà quindi possibile osservare un arco di meridiano (A) che sottende un angolo di 2β, ovvero, poiché 360 : 2 · 20°.1 = 2 π r : A, una distanza massima sulla superfice:* $A = \frac{4\,\pi \cdot 6378 \cdot 20.1}{360}$ *≅ 4475 km*

Problema T.A13



La configurazione in occasione di un'eclisse totale di Sole vista dal satellite è quella mostrata in figura (ovviamente il disegno non è in scala).

Varranno le seguenti relazioni:

$R_S = (d_{SM} + D_N) \sin \alpha$ e $R_M = D_N \sin \alpha$ da cui ricaviamo: $\frac{\boldsymbol{R_S}}{\boldsymbol{R_M}} = \frac{\boldsymbol{d_{SM} + D_N}}{\boldsymbol{D_N}}$

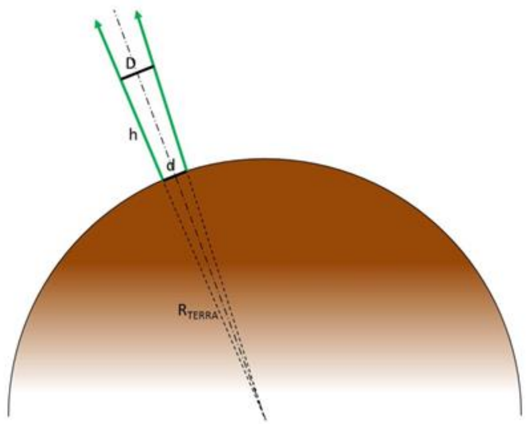
e infine: $D_N = \frac{d_{SM} \cdot R_M}{R_S - R_M} = \frac{227.9 \cdot 10^6 \cdot 3397}{695475 - 3397} = 1.119 \cdot 10^6\ km$

Il periodo orbitale è dato da: $T = \sqrt{\frac{4\,\pi^2 \cdot D_N^3}{G \cdot M_{Marte}}} = \sqrt{\frac{39.48 \cdot 1.401 \cdot 10^{27}}{6.67 \cdot 10^{-11} \cdot 6.42 \cdot 10^{23}}} = 35.9\ \cdot\ 10^6 s = 1.14\ anni$

Poiché per l'angolo α *vale la relazione: sin* $\alpha = \frac{R_M}{D_N}$ *la dimensione apparente del Sole e di Marte visti da satellite* (β) *valgono:* $\beta = 2\ arcosin\ \frac{3397}{1.119 \cdot 10^6} = 20'52.$

Nota: Si può dimostrare che l'orbita del satellite non è stabile, in quanto a $1.119\ \cdot\ 10^6\ km$ *da Marte la forza di gravità del pianeta non è in grado di trattenerlo in orbita.*

Problema T.A16



Poiché i due laser puntano esattamente in verticale, i loro ipotetici prolungamenti all'indietro, cioè verso l'interno della Terra, si incontrerebbero esattamente al centro del nostro pianeta.
Essendo "d" e "h" piccoli rispetto a R_{Terra} *si ha quindi a che fare con due triangoli simili, per i quali si può scrivere:*

$$R_{TERRA} : d = (R_{TERRA} + h) : D$$

Da cui ricaviamo:

$$D = \frac{(R_{Terra} + h) \cdot d}{R_{Terra}} = \frac{6448 \cdot 10^3 \cdot 20}{6378 \cdot 10^3} = 20.22\ m$$