Olimpiadi Italiane di Astronomia 2019

INAF – Osservatorio Astrofisico di Catania

Corso di preparazione alla Gara Interregionale: Categoria **Junior 2 + Senior**

Incontro 4: 7 febbraio 2019 - A cura di: Giuseppe Cutispoto e Mariachiara Falco

CA. 3

Quali delle seguenti stelle: α Boo ($\delta = +19° 11'$), α Lyr ($\delta = +38° 47'$) e α UMa ($\delta = +61° 45$) risultano circumpolari a Catania ($\varphi = +37°31'$)? Quali delle stesse stelle sono circumpolari al Polo Nord?

CA. 6

Nella seconda metà del mese di Giugno un orso bianco sosta per alcuni giorni al polo Nord. In quei giorni la Luna è prossima alla fase di Luna Piena. Può l'orso vederla in cielo?

CA. 10

Un osservatore nota che la stella Canopo ($\delta = -52° 41'$) non cambia la sua altezza sull'orizzonte nel corso delle 24 ore. Stimate la latitudine a cui si trova l'osservatore e il periodo dell'anno in cui quest'osservazione è stata fatta.

CA. 11

Il numero di stelle visibili a occhio nudo nelle migliori condizioni osservative, su tutta la sfera celeste, è di circa 6000. Quante stelle visibili a occhio nudo vengono, in media, occultate dalla Luna in un dato istante ? Per risolvere il problema è importante conoscere la fase della Luna ? (Area della sfera celeste = 41253 gradi quadrati).

VA. 4

Assumendo che dopo i 30 km di altezza l'aria dell'atmosfera terrestre diventi così rarefatta da non essere più influente nel calcolo e una sua densità media $\rho_m = 3.3 \cdot 10^{-4}$ g/cm^3, si calcoli la massa dell'atmosfera della Terra e il suo rapporto con la massa totale della Terra

KA. 6

La cometa di Halley dista dal Sole $87.67 \cdot 10^9$ m al perielio e $5.248 \cdot 10^{12}$ m all'afelio. La sua velocità al perielio è di 54.6 km/s. Calcolare la velocità all'afelio in km/s e in m/s e il periodo di rivoluzione della cometa in anni. In realtà il periodo della Halley non è costante, sapete spiegare perché ?

KA. 19

Quanto dovrebbe durare il giorno terrestre (in ore, minuti e secondi) affinché un corpo posto all'equatore risulti privo di peso?

KA. 20

I satelliti geostazionari sono chiamati così perché, pur orbitando intorno alla Terra sul piano dell'equatore, mantengono inalterata la posizione nel cielo. Si determini a quale altezza si trovano rispetto alla superfice del nostro pianeta. Si assuma per la durata del giorno siderale T = 23h 56m 4s.

KA. 30

La forza di gravità che si esercita tra due corpi è di $F = 10^4$ N. Il primo ha raggio $R_1 = 30.2$ km e densità $\rho_1 = 1.42$ g/cm^3, il secondo ha raggio $R_2 = 15.1$ km e densità $\rho_1 = 3.44$ g/cm^3. A che distanza si trovano i due corpi ?

KA. 36

Kepler-78b, scoperto nel 2013, è stato il primo pianeta extrasolare con massa (M) e raggio (R) simili a quelli della Terra. In particolare $M = 5.32 \cdot 10^{-3}\ M_{Giove}$ e $R = 0.107\ R_{Giove}$. Calcolare la densità del pianeta in g/cm^3.

KA. 37
Un astronauta, il cui peso sulla Terra è di 686.7 N, si trova sulla superfice di un pianeta e lasciando cadere un oggetto misura che per percorrere 5.41 m esso impiega 1.01 secondi. La lunghezza dell'equatore del pianeta, supposto sferico, è pari a $36.57 \cdot 10^3$ km. Quanto vale la massa del pianeta e quanto pesa, trascurando gli effetti dovuti alla rotazione, l'astronauta sul pianeta ?

MA. 6
Calcolare la magnitudine apparente di Sirio (= α CMa) se: a) il suo raggio si dimezzasse; b) la temperatura della sua fotosfera si dimezzasse. Quale variazione produrrebbe un effetto maggiore?

MA. 16
La magnitudine apparente di due stelle è: $m_1 = 2.00$ e $m_2 = 2.80$. Le due stelle hanno lo stesso tipo spettrale, ma la seconda dista dalla Terra il doppio rispetto alla prima. La prima stella ha un raggio uguale a quello del Sole, determinare il raggio in km della seconda stella.

MA. 21
Stimate la magnitudine apparente di una stella A0 V ($M_{A0V} = 0$) e di una stella G2 V poste nella galassia di Andromeda, la cui distanza è di $2.54 \cdot 10^6$ anni luce.

MA. 26
Due galassie ellittiche, osservate perpendicolarmente al loro piano galattico, hanno le seguenti dimensioni angolari: Galassia 1 = 9.50 x 4.50 arcmin; Galassia 2 = 9.50 x 9.50 arcmin. La magnitudine apparente superficiale vale $m_{sup1} = 21.5$ mag/arcsec^2, $m_{sup2} = 22.0$ mag/arcsec^2. Quale delle due galassie ha magnitudine integrata minore ? Sapendo che la seconda galassia si trova a una distanza $d = 60.0 \cdot 10^6$ a.l. dal Sole, determinare il suo diametro in anni luce e in parsec.

MA. 29
Arturo (= α Boo, $m_v = -0.05$) è la stella più luminosa dell'emisfero boreale. Il flusso incidente da Arturo alla sommità dell'atmosfera terrestre vale: $f = 4.51 \cdot 10^{-8}$ W/m^2. Sapendo che Arturo dista dal Sole $d_A = 36.7$ a.l. e che il suo raggio è $R_A = 25.5\ R_\odot$, calcolare la temperatura della sua fotosfera.

TA. 4
Una foto della Luna al perigeo mostra al centro dell'immagine un cratere di forma circolare le cui dimensioni angolari sono $\alpha = 5''$. Quanto vale in km il diametro del cratere?

Soluzioni:

CA. 3

In una qualsiasi località risultano circumpolari tutte le stelle con $\delta > 90 - \varphi$; a Catania lo sono le stelle con $\delta >$ 52° 29', ovvero tra quelle in esame solo α UMa. Al Polo Nord essendo $\varphi = 90°$ tutte le stelle con $\delta > 0$ risultano circumpolari.

CA. 6

Nei giorni in prossimità del solstizio d'estate il Sole si trova nella parte più settentrionale dell'eclittica e sua declinazione è $\delta_\odot \cong$ +23° 27'. Al polo Nord l'equatore celeste coincide con l'orizzonte e quindi l'altezza del Sole sull'orizzonte ha lo stesso valore della sua declinazione. Al polo Nord nel suo moto apparente diurno in prossimità del solstizio il Sole percorre un cerchio parallelo all'orizzonte (un almucantarat) con altezza di circa 23° senza mai tramontare. La Luna Piena si trova in posizione esattamente opposta al Sole, quindi, anche considerando l'inclinazione della sua orbita sull'eclittica pari a circa 5°, nel corso di quelle giornate si trova a un'altezza $h \cong 23°\,27' - 5 \approx -18°$ cioè sempre sotto l'orizzonte e l'orso non può vederla.

CA. 10

*Solo ai poli tutte le stelle si spostano, a causa del moto diurno, parallelamente all'orizzonte e la loro altezza resta invariata. Data la declinazione di Canopo (δ = -52° 41'), l'unico luogo della Terra dove quest'osservazione può essere fatta è il Polo Sud. Per osservare la stelle occorre infine che il Sole si trovi al di sotto dell'orizzonte, abbia cioè declinazione negativa, e quindi l'osservazione è stata fatta nel periodo compreso tra l'equinozio di primavera e quello di autunno. **Nota:** a prescindere dalla latitudine dell'osservatore l'altezza di una stella non cambia a causa del moto diurno se essa si trova esattamente in uno dei poli celesti, circostanza che non si verifica per Canopo.*

CA. 11

Il raggio angolare medio della Luna vale: $R_{angolare} = \sin^{-1}\left(\frac{R_{Luna}}{D_{Luna}}\right) = \sin^{-1}\frac{1738}{384.4 \cdot 10^3} = 15'.54$, quindi il rapporto ($\varepsilon$) tra l'area totale del cielo e l'area coperta dal disco lunare vale: $\varepsilon = \frac{\pi \cdot R^2_{angolare}}{41253} = \frac{0.2107}{41252} = 5.11 \cdot 10^{-6}$. Assumendo una distribuzione uniforme nel cielo delle stelle visibili a occhio nudo, troviamo, in media, una stella ogni 6.88 gradi quadrati (41253/6000). Detto X il numero di stelle occultate dalla Luna in ogni istante, vale la proporzione 41253 : 6000 = 0.2107 : X. Avremo quindi: $X \cdot \frac{6000 \cdot 0.2107}{41253} \cong 3.1 \cdot 10^{-2}$. Questo valore non è altro che la probabilità che, in media, una stella visibile a occhio nudo sia occultata dalla Luna in un dato istante. La fase della Luna è inessenziale.

VA. 4

Il volume occupato dall'atmosfera, nell'approssimazione usata, è pari al volume di una sfera con raggio $R_2 = R_{Terra}$ + 30 km, meno il volume di una sfera con raggio $R_1 = R_{Terra}$. Tale volume è dato da: $V_a = \frac{4}{3}\pi\,(R_{Terra} + 30)^3 - \frac{4}{3}\pi\,(R_{Terra})^3 = 1.102 \cdot 10^{12}\,km^3 - 1.087 \cdot 10^{12}\,km^3 = 15.41 \cdot 10^9\,km^3$. La densità media dell'atmosfera vale: $\rho_m = 3.3 \cdot 10^{-4}$ g/cm^3 = $3.3 \cdot 10^8$ kg/km^3; la massa dell'atmosfera è: $M_a = \rho_m\,V_a = 3.3 \cdot 10^8 \cdot 15.41 \cdot 10^9 \cong 5.1 \cdot 10^{18}$ kg, ovvero circa $8.5 \cdot 10^{-7}$ della massa totale della Terra.

KA. 6

Dalla II legge di Keplero sappiamo che le velocità all'afelio e al perielio sono legate dalla relazione:

$$V_a \cdot D_a = V_p \cdot D_p \quad \text{e quindi:} \quad V_a = \frac{D_p}{D_a} V_p = \frac{87.67 \cdot 10^9}{52.48 \cdot 10^{11}} \cdot 54.6 = 0.912 \text{ km/s} = 912 \text{ m/s}$$

Dalle distanze all'afelio e al perielio ricaviamo il semiasse maggiore dell'orbita:

$$a = \frac{D_a + D_p}{2} = \frac{87.67 \cdot 10^9 + 52.48 \cdot 10^{11}}{2} = 2.668 \cdot 10^{12} \text{ m} = 17.83 \text{ UA}$$

Il periodo di rivoluzione è dato dalla III legge di Keplero: T = $\sqrt{a^3}$ *= 75.31 anni. Nel suo moto intorno al Sole la Halley può avvicinarsi ai pianeti, il loro l'effetto gravitazionale (in particolare quello di Giove) può portare a variazioni del periodo orbitale.*

KA. 19

Affinché un corpo all'equatore risulti privo di peso l'accelerazione centrifuga deve bilanciare quella di gravità: $a_c = a_g$*, quindi:* $m\,\frac{v^2}{R_T} = \frac{G\cdot M_T\cdot m}{R_T^2}$ $\quad ed\ essendo \quad v = \frac{2\,\pi\,R_T}{T}$ *ricaviamola durata del giorno:*

$$T = \sqrt{\frac{4\,\pi^2\cdot R_T^3}{G\cdot M_T}} = \sqrt{\frac{39.48\cdot 2.594\cdot 10^{20}}{6.674\cdot 10^{-11}\cdot 5.97\cdot 10^{24}}} \cong 5070\,s = 1h\,24m\,30s$$

KA. 20

Per un'orbita stabile la forza centrifuga dovuta alla rivoluzione deve eguagliare la forza di attrazione gravitazione della Terra: $m\,\frac{v^2}{R} = \frac{G\cdot M_T\,.\,m}{R^2}$*. Esprimendo "v" in funzione del periodo ricava:* $\frac{4\,\pi^2\cdot R}{T^2} = \frac{G\cdot M_T}{R^2}$*, e infine* $\frac{R^3}{T^2} = \frac{G\cdot M_T}{4\,\pi^2}$*, ovvero la III Legge di Keplero con la massa di uno dei due corpi trascurabile. Otteniamo:* $R = \sqrt[3]{\frac{G\cdot M_T\cdot T^2}{4\,\pi^2}} = \sqrt[3]{\frac{6.674\cdot 10^{-11}\cdot 5.97\cdot 10^{24}\cdot 74.24\cdot 10^8}{39.48}} \cong 42160\,km.$ *Ma questa è la distanza del satellite dal centro della Terra, per cui l'altezza dal suolo varrà:* $h = R - R_T \cong 35780$ *km*

KA. 30

Le densità dei due corpi valgono rispettivamente: $\rho_1 = 1.42\cdot 10^3$ *kg/m*^{3} *e* $\rho_2 = 3.44\cdot 10^3$ *kg/m*^{3}*. I volumi e le masse (essendo* $M = \rho\,V$*) valgono quindi:* $V_1 = 1.15\cdot 10^{14}$ m^3*,* $M_1 = 1.63\cdot 10^{17}$ *kg,* $V_2 = 14.4\cdot 10^{12}$ m^3*,* $M_2 = 4.95\cdot 10^{16}$ *kg. Dalla legge di Gravitazione universale nota la forza ricaviamo la distanza tra i due corpi:*

$$d = \sqrt{\frac{G\,M_1\,M_2}{F}} = \sqrt{\frac{6.674\cdot 10^{-11}\cdot 1.63\cdot 10^{17}\cdot 4.95\cdot 10^{16}}{10^4}} = 7.34\cdot 10^9\,m = 7.34\cdot 10^6\,km$$

KA. 36

La Massa e il raggio del pianeta valgono: $M = 1.01\cdot 10^{25}$ *kg, R = 7650 km. La densità (*ρ*) è data dal rapporto tra massa e volume. Nella ragionevole ipotesi che il pianeta abbia forma sferica si avrà:*

$$\rho = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi\,R^3} = \frac{1.01\cdot 10^{25}\,kg}{4.19\cdot 4.48\cdot 10^{11}\,km^3} \cong 5.38\cdot 10^{12}\,\frac{kg}{km^3} = 5.38\cdot 10^3\,\frac{kg}{m^3} = 5.38\,\frac{g}{cm^3}$$

KA. 37

La caduta libera del corpo segue la legge del moto uniformemente accelerato:

$$s = \frac{1}{2}\,g\,t^2 \text{ da cui ricaviamo: } \quad g = \frac{2\cdot s}{t^2} = \frac{10.82}{1.02} = 10.6\ \text{m/s}^2$$

Il raggio del pianeta vale: $R = 5.82\cdot 10^6$ *m. La massa del pianeta è data dalla relazione:*

$$M = g\,\frac{R^2}{G} = \frac{10.6\cdot 3.39\cdot 10^{13}}{6.67\cdot 10^{-11}} = 5.38\cdot 10^{24}\,kg$$

La massa dell'astronauta sulla Terra è di 70.0 kg, il suo peso sul pianeta sarà quindi P = 742 N

TA. 4

Il cratere è al centro dell'immagine, possiamo quindi trascurare gli effetti dovuti alla sfericità della Luna. La distanza della Luna al perigeo è: $D_{LP} = D\,(1-e) = 384.4\cdot 10^3\cdot(1 - 0.0549) = 363\cdot 10^3$ *km. Il diametro (d) del cratere è dato dalla relazione:* $d = D_{LP}\cdot\tan\alpha = 8.80$ *km*

MA. 6

Detti "R" il raggio e "T" la temperatura della fotosfera, la luminosità di una stella vale L = $4\pi R^2 \sigma T^4$.
Per la differenza di magnitudine tra due stelle vale quindi la relazione:

$$m_1 - m_2 = -2.5 \log \left(\frac{F_1}{F_2}\right) = -2.5 \log \left(\frac{R_1^{\ 2}\, T_1^{\ 4}}{d_1^{\ 2}}\right)\left(\frac{d_2^{\ 2}}{R_2^{\ 2}\, T_2^{\ 4}}\right)$$

Se il raggio di Sirio si dimezza ($R_1 = 2R_2$) avremo: -1.43 – m_2 = - 2.5 log 4 e quindi m_2 = 0.08. Se la temperatura si dimezza ($T_1 = 2T_2$) avremo: -1.43 – m_2 = -2.5 log 16, da cui m_2 = 1.58. Una variazione di temperatura comporta una variazione maggiore rispetto a un'identica variazione del raggio. Ciò perché "L" dipende R^2 e da T^4

MA. 16

La differenza di magnitudine è data da: $m_1 - m_2 = -2.5 \log \left(\frac{R_1^2\, T_1^4\, d_2^2}{R_2^2\, T_2^4\, d_1^2}\right)$; le due stelle hanno la stessa temperatura e $d_2 = 2\, d_1$; si ha quindi: $-0.80 = -2.5 \log 4 - 5 \log \frac{R_1}{R_2}$, da cui $R_2 = 1.38\, R_1$. La seconda stella ha un raggio di circa $960 \cdot 10^3$ *km*

MA. 21

La distanza della galassia di Andromeda vale: d = 779 kpc = 779 $\cdot\ 10^3$ *pc; il tipo spettrale G2V è quello del Sole, per cui M_{G2V} = 4.83. Dalla relazione m = M - 5 + 5 log d, otteniamo i valori delle magnitudini apparenti: $m_{A0V} \cong 24.5$ e $m_{G2V} \cong 29.3$*

MA. 26

Calcoliamo l'area delle due galassie (π a b) *in* arcsec^2*:* $A_1 = \frac{\pi}{4} \cdot 9.50 \cdot 60 \cdot 4.50 \cdot 60 =$ *120870* arcsec^2; $A_2 = \frac{\pi}{4} \cdot 9.50 \cdot 60 \cdot 9.50 \cdot 60$ *= 255180* arcsec^2*. Indicando con m_{sup} la magnitudine per unità di superfice, otteniamo:*

$$m_{GAL1} = m_{sup1} - 2.5 \log A_1 = 21.5 - 2.5 \log (120870) \cong 8.8$$

$$m_{GAL2} = m_{sup2} - 2.5 \log A_2 = 22.0 - 2.5 \log (255180) \cong 8.5$$

Quindi $m_{GAL1} > m_{GAL2}$. La dimensione angolare della seconda galassia è α = 0°.158, la sua dimensione lineare è quindi: D = d · tg α = 166 $\cdot 10^3$ *a.l. = 50.9* $\cdot\ 10^3$ *pc*

MA. 29

Detta T la temperatura della sua fotosfera, la quantità di energia totale L_A (luminosità) emessa da Arturo è legata al flusso incidente dalla relazione: $f = \frac{L_A}{4\,\pi\, d_A^2} = \frac{4\,\pi\, R_A^2\, \sigma\, T^4}{4\,\pi\, d_A^2}$, da cui si ricava:

$T^4 = \frac{f\, d_A^2}{R_A^2\, \sigma} = \frac{4.51 \cdot 10^{-8} \cdot 1.21 \cdot 10^{35}}{3.15 \cdot 10^{20} \cdot 5.67 \cdot 10^{\ 8}} = 3.06 \cdot 10^{14}$ *e infine T = 4180 K*