Olimpiadi Italiane di Astronomia 2018
INAF – Osservatorio Astrofisico di Catania
Corso di preparazione alla Gara Interregionale: Junior 1 + Junior 2
Incontro 4: 16 febbraio 2018
A cura di: Giuseppe Cutispoto e Mariachiara Falco

Problema 4.1
Un osservatore misura per il Polo Nord Celeste un'altezza di h = 37°, a che latitudine (φ) si trova l'osservatore ? Un secondo osservatore misura per l'equatore celeste un'altezza massima di h_{max} = 30°, a che latitudine si trova il secondo osservatore?

Problema 4.2
Un osservatore misura per la Stella Polare (δ_{2000} = 89° 16') un'altezza minima di 26° 36', a che latitudine si trova l'osservatore? Si trascurino gli effetti della precessione.

Problema 4.3
Quali delle seguenti stelle: α Boo (δ = +19° 11'), α Lyr (δ = +38° 47') e α UMa (δ = +61° 45) risultano circumpolari a Catania (φ = +37°31')? Quali delle stesse stelle sono circumpolari al Polo Nord?

Problema 4.4
Dimostrare che da Catania non si può osservare la Luna passare allo Zenith. Per la soluzione si ricordi che l'orbita della Luna è inclinata di circa 5° rispetto all'eclittica. In quali regioni della Terra si può osservare la Luna passare allo Zenith, o oltre?

Problema 4.6
Nella seconda metà del mese di Giugno un orso bianco sosta per alcuni giorni al polo Nord. In quei giorni la Luna è prossima alla fase di Luna Piena. Può l'orso vederla in cielo?

Problema 5.3
Assumendo che dopo i 30 km di altezza l'aria dell'atmosfera terrestre diventi così rarefatta da non essere più influente nel calcolo e una sua densità media $\rho_m = 3.3 \cdot 10^{-4}$ g/cm^3, si calcoli la massa dell'atmosfera della Terra.

Problema K-A20
I satelliti geostazionari sono chiamati così perché, pur orbitando intorno alla Terra sul piano dell'equatore, mantengono inalterata la posizione nel cielo. Si determini a quale altezza si trovano rispetto alla superfice del nostro pianeta. Si assuma per la durata del giorno siderale T = 23h 56m 4s

Problema K-A21
La Stazione Spaziale Internazionale (ISS) orbita intorno alla Terra a un'altezza media di h = 412 km e il suo periodo di rivoluzione vale P = 92.62 minuti. Supponete di mettere in orbita la ISS alla stessa altezza dal suolo attorno al pianeta Mercurio. Quanto varrebbe il suo periodo di rivoluzione ?

Problema K-A27
Una cometa si muove intorno al Sole con moto retrogrado e ha un semiasse maggiore dell'orbita pari a 3.52 UA. Calcolate il suo periodo sinodico, osservato dalla Terra, in anni e in giorni.

Problema K-A30
Calcolare la distanza angolare media Luna-Sole vista dalla Terra quando la Luna è al primo quarto.

Problema K-A34
Calcolate il peso di un corpo di massa M = 100 kg all'equatore di Mercurio e di Saturno considerando la forza centrifuga dovuta alla rotazione. Il periodo di rotazione dei due pianeti è, rispettivamente, di 1407.5 h e 10h 33m. Poiché Saturno non ha una superfice solida, si assuma come distanza dal centro il raggio medio del pianeta.

Soluzioni:

Problema 4.1

L'altezza sull'orizzonte del Polo Celeste è pari alla latitudine del luogo, quindi il primo osservatore si trova a $\varphi = 37°$. L'altezza massima dell'equatore celeste si ha al meridiano e vale $h_{max} = 90° - \varphi$, si avrà quindi: $30° = 90° - \varphi$, da cui la latitudine del secondo osservatore è: $\varphi = 60°$

Problema 4.2

Anche se molto vicina al Polo Nord Celeste la Stella Polare non coincide perfettamente con esso e ne distava all'epoca J2000 $\Delta\delta = 44'$. L'altezza del Polo Celeste, trascurando la precessione, sarà quindi: $h_{Polo} = h_{minPolare} + 44' = 27° 20'$, valore che coincide con la latitudine a cui si trova l'osservatore.

Problema 4.3

In una qualsiasi località risultano circumpolari tutte le stelle con $\delta > 90 - \varphi$; a Catania lo sono le stelle con $\delta > 52° 29'$, ovvero solo α UMa. Al Polo Nord tutte le stelle con $\delta > 0$ risultano circumpolari.

Problema 4.4

L'altezza massima dell'equatore celeste al meridiano vale $hmax_{equatore} = 90 - \varphi$. L'eclittica forma con l'equatore celeste un angolo di 23° 27' e quindi $hmax_{eclittica} = 90 - \varphi + 23° 27'$. Considerando l'inclinazione dell'orbita lunare $hmax_{Luna} = 90 - \varphi + 23° 27' + 5°$. A Catania ($\varphi$ = +37°31') *si avrà $hmax_{Luna/Catania} = 80° 56'$ e quindi la Luna NON può raggiungere lo Zenith.* Ponendo *$hmax_{Luna} = 90$ otteniamo la latitudine per la quale la Luna passa allo Zenith: $\varphi = 28° 27'$. Per latitudini inferiori la Luna passerà oltre lo Zenith. Considerazioni analoghe valgono per un osservatore nell'emisfero Sud, quindi si può osservare la Luna passare allo Zenith, o oltre, per $28° 27' > \varphi > -28° 27'$.*

Problema 4.6

Nei giorni in prossimità del solstizio d'estate il Sole si trova nella parte più settentrionale dell'eclittica e sua declinazione è prossima a +23° 27'. Al polo Nord l'equatore celeste coincide con l'orizzonte e quindi l'altezza del Sole ha lo stesso valore della sua declinazione. Nel suo moto apparente diurno in prossimità del solstizio il Sole percorre un cerchio parallelo all'orizzonte (un almucantarat) con altezza di circa 23° senza mai tramontare. La Luna Piena si trova in posizione esattamente opposta al Sole, quindi, anche considerando l'inclinazione della sua orbita sull'eclittica pari a circa 5°, nel corso di quelle giornate si trova sempre sotto l'orizzonte di circa -18° e l'orso non può vederla.

Problema 5.3

Il volume occupato dall'atmosfera, nell'approssimazione usata, è pari al volume di una sfera con raggio $R_2 = R_{Terra} + 30$ km, meno il volume di una sfera con raggio $R_1 = R_{Terra}$. Tale volume è dato da: $V_a = \frac{4}{3}\pi\,(R_{Terra} + 30)^3 - \frac{4}{3}\pi\,(R_{Terra})^3 = 1.102 \cdot 10^{12}\ km^3 - 1.087 \cdot 10^{12}\ km^3 = 15.41 \cdot 10^9\ km^3$. La densità media dell'atmosfera vale: $\rho_m = 3.3 \cdot 10^{-4}$ g/cm^3 *$= 3.3 \cdot 10^8$ kg/km^3; la massa dell'atmosfera è: $M_a = \rho_m V_a = 3.3 \cdot 10^8 \cdot 15.41 \cdot 10^9 \cong 5.1 \cdot 10^{18}$* kg, *ovvero circa $8.5 \cdot 10^{-7}$ della massa totale della Terra.*

Problema K-A20

Per un'orbita stabile la forza centrifuga dovuta alla rivoluzione deve eguagliare la forza di attrazione gravitazione della Terra: $m\,\frac{v^2}{R} = \frac{G \cdot M_T \cdot m}{R^2}$. Esprimendo "v" in funzione del periodo ricava: $\frac{4\,\pi^2}{T^2} = \frac{G \cdot M_T}{R^2}$, ovvero l'espressione della III Legge di Keplero generalizzata con la massa di uno dei due corpi trascurabile. Otteniamo: $R = \sqrt[3]{\frac{G \cdot M_T \cdot T^2}{4\,\pi^2}} = \sqrt[3]{\frac{6.674 \cdot 10^{-11} \cdot 5.97 \cdot 10^{24} \cdot 74.24 \cdot 10^{8}}{39.48}} \cong 42160\ km$. Ma questa è la distanza del satellite dal centro della Terra, per cui l'altezza dal suolo varrà: $h = R - R_T \cong 35780$ km

Problema K-A21

Applichiamo la terza legge di Keplero nella forma generalizzata assumendo trascurabile la massa della ISS. Otteniamo: $P = \sqrt{\frac{4\,\pi^2 \cdot (R_{Mercurio} + h)^3}{G \cdot M_{Mercurio}}} = \sqrt{\frac{39.48 \cdot 2.32 \cdot 10^{19}}{6.674 \cdot 10^{-11} \cdot 3.30 \cdot 10^{23}}} = \sqrt{41.6 \cdot 10^6} \cong 6450\ s = 107.5$. Il *periodo sarebbe quindi più lungo anche se l'orbita sarebbe più corta, questo perché Mercurio ha una massa molto minore di quella della Terra.*

Problema K-A27

Il periodo siderale (P) della cometa si ricava dalla III legge di Keplero e vale: $P = \sqrt{3.52^3} = 6.60\ anni.$ *Il periodo siderale della Terra (E) è di 365.26 giorni. Il periodo sinodico (S) è il tempo che impiega un corpo, osservato dalla Terra, per tornare nella stessa posizione rispetto al Sole. Poiché la cometa ha un moto retrogrado, ovvero ruota intorno al Sole in direzione opposta a quella della Terra le velocità angolari dei due corpi si sommano e vale la relazione:* $S = \frac{E \cdot P}{|E+P|} = \frac{6.60}{7.60} = 0.868$ anni *= 317 g*

Problema K-A30

Quando la Luna è al primo quarto Terra, Luna e Sole si trovano ai vertici di un triangolo rettangolo, con la Luna in corrispondenza all'angolo retto. Detto β *l'angolo tra Luna e Sole visti dalla Terra si ha:* $D_{Luna} = D_{Sole} \cos\beta$*. Da cui si ricava:* $\boldsymbol{\beta} = \cos^{-1}\left(\frac{D_{Luna}}{D_{\odot}}\right) = \cos^{-1}\left(\frac{384.4 \cdot 10^3}{149.6 \cdot 10^6}\right) = 89° \ 51' 10''$

Problema K-A34

Detta "g" l'accelerazione di gravità, il peso (P) di un corpo è la forza con cui il corpo è attratto dal pianeta, ovvero la forza di gravità che si esercita tra corpo e pianeta: P = m g. L' accelerazione di gravità e data dalla relazione: $g = \frac{G \cdot M}{R^2}$ *e alla superfice di Mercurio e di Saturno vale:* $g_{Mercurio} = \frac{6.674 \cdot 10^{-11} \cdot 3.30 \cdot 10^{23}}{(2440 \cdot 10^3)^2}$ *= 3.70* m s^{-2}; $g_{Saturno} = \frac{6.674 \cdot 10^{-11} \cdot 5.69 \cdot 10^{26}}{(60267 \cdot 10^3)^2}$ *= 10.4* m s^{-2}. *In assenza di rotazione il peso del corpo sarà quindi:* $P_{Mercurio} = 370\ N$*,* $P_{Saturno} = 1040\ N$*. La forza centrifuga è data dalla relazione:* $F_c = m\,\frac{v^2}{R} = m\,\frac{4 \cdot \pi^2 \cdot R}{T^2}$ *e all'equatore è diretta in senso opposto alla gravità. Per i due pianeti avremo:* $F_{cm} = 100\ \frac{39.48 \cdot 2440 \cdot 10^3}{25.67 \cdot 10^{12}} = 3.75\ \cdot 10^{-4}\ N$ *e* $F_{cs} = 100\ \frac{39.48 \cdot 60267 \cdot 10^3}{144.2 \cdot 10^7} = 165\ N$*. Nel caso di Mercurio il peso resta invariato, mentre nel caso di Saturno il peso sarà:* $P_{Saturno} = 875\ N$