

Olimpiadi Italiane di Astronomia 2018
INAF – Osservatorio Astrofisico di Catania
Corso di preparazione alla Gara Interregionale: Senior
Incontro 4: 15 febbraio 2018
A cura di: Giuseppe Cutispoto e Mariachiara Falco

Problema 4.1

Un osservatore misura per il Polo Nord Celeste un'altezza di $h = 37^\circ$, a che latitudine (φ) si trova l'osservatore? Un secondo osservatore misura per l'equatore celeste un'altezza massima di $h_{\max} = 30^\circ$, a che latitudine si trova il secondo osservatore?

Problema 4.2

Un osservatore misura per la Stella Polare ($\delta_{2000} = 89^\circ 16'$) un'altezza minima di $26^\circ 36'$, a che latitudine si trova l'osservatore? Si trascurino gli effetti della precessione.

Problema 4.3

Quali delle seguenti stelle: α Boo ($\delta = +19^\circ 11'$), α Lyr ($\delta = +38^\circ 47'$) e α UMa ($\delta = +61^\circ 45'$) risultano circumpolari a Catania ($\varphi = +37^\circ 31'$)? Quali delle stesse stelle sono circumpolari al Polo Nord?

Problema 4.4

Dimostrare che da Catania non si può osservare la Luna passare allo Zenith. Per la soluzione si ricordi che l'orbita della Luna è inclinata di circa 5° rispetto all'eclittica. In quali regioni della Terra si può osservare la Luna passare allo Zenith, o oltre?

Problema 4.6

Nella seconda metà del mese di Giugno un orso bianco sosta per alcuni giorni al polo Nord. In quei giorni la Luna è prossima alla fase di Luna Piena. Può l'orso vederla in cielo?

Problema 4.11

Il numero di stelle visibili a occhio nudo nelle migliori condizioni osservative, su tutta la sfera celeste, è di circa 6000. Quante stelle visibili a occhio nudo vengono, in media, occultate dalla Luna in un dato istante? Per risolvere il problema è importante conoscere la fase della Luna? (Area della sfera celeste = 41253 gradi quadrati).

Problema 5.1

La stella Altair (α Aquilae) mostra un moto di avvicinamento al Sole con velocità radiale di 26 km/s. Visto da Altair, quale velocità radiale avrebbe il Sole? Di quanto appare spostata verso il blu la riga H α (λ a riposo = 6562.81 Å) della stella Altair?

Problema 5.3

Assumendo che dopo i 30 km di altezza l'aria dell'atmosfera terrestre diventi così rarefatta da non essere più influente nel calcolo e una sua densità media $\rho_m = 3.3 \cdot 10^{-4}$ g/cm³, si calcoli la massa dell'atmosfera della Terra.

Problema K-A20

I satelliti geostazionari sono chiamati così perché, pur orbitando intorno alla Terra sul piano dell'equatore, mantengono inalterata la posizione nel cielo. Si determini a quale altezza si trovano rispetto alla superficie del nostro pianeta. Si assuma per la durata del giorno siderale $T = 23\text{h } 56\text{m } 4\text{s}$

Problema K-A30

Calcolare la distanza angolare media Luna-Sole vista dalla Terra quando la Luna è al primo quarto.

Problema K-A34

Calcolate il peso di un corpo di massa $M = 100$ kg all'equatore di Mercurio e di Saturno considerando la forza centrifuga dovuta alla rotazione. Il periodo di rotazione dei due pianeti è, rispettivamente, di 1407.5 h e 10h 33m. Poiché Saturno non ha una superficie solida, si assuma come distanza dal centro il raggio medio del pianeta.

Soluzioni:

Problema 4.1

L'altezza sull'orizzonte del Polo Celeste è pari alla latitudine del luogo, quindi il primo osservatore si trova a $\varphi = 37^\circ$. L'altezza massima dell'equatore celeste si ha al meridiano e vale $h_{max} = 90^\circ - \varphi$, si avrà quindi: $30^\circ = 90^\circ - \varphi$, da cui la latitudine del secondo osservatore è: $\varphi = 60^\circ$

Problema 4.2

Anche se molto vicina al Polo Nord Celeste la Stella Polare non coincide perfettamente con esso e ne distava all'epoca J2000 $\Delta\delta = 44'$. L'altezza del Polo Celeste, trascurando la precessione, sarà quindi: $h_{Polo} = h_{minPolare} + 44' = 27^\circ 20'$, valore che coincide con la latitudine a cui si trova l'osservatore.

Problema 4.3

In una qualsiasi località risultano circumpolari tutte le stelle con $\delta > 90 - \varphi$; a Catania lo sono le stelle con $\delta > 52^\circ 29'$, ovvero solo α UMa. Al Polo Nord tutte le stelle con $\delta > 0$ risultano circumpolari.

Problema 4.4

L'altezza massima dell'equatore celeste al meridiano vale $h_{max\ equatore} = 90 - \varphi$. L'eclittica forma con l'equatore celeste un angolo di $23^\circ 27'$ e quindi $h_{max\ eclittica} = 90 - \varphi + 23^\circ 27'$. Considerando l'inclinazione dell'orbita lunare $h_{max\ Luna} = 90 - \varphi + 23^\circ 27' + 5^\circ$. A Catania ($\varphi = +37^\circ 31'$) si avrà $h_{max\ Luna/Catania} = 80^\circ 56'$ e quindi la Luna NON può raggiungere lo Zenith. Ponendo $h_{max\ Luna} = 90$ otteniamo la latitudine per la quale la Luna passa allo Zenith: $\varphi = 28^\circ 27'$. Per latitudini inferiori la Luna passerà oltre lo Zenith. Considerazioni analoghe valgono per un osservatore nell'emisfero Sud, quindi si può osservare la Luna passare allo Zenith, o oltre, per $28^\circ 27' > \varphi > -28^\circ 27'$.

Problema 4.6

Nei giorni in prossimità del solstizio d'estate il Sole si trova nella parte più settentrionale dell'eclittica e sua declinazione è prossima a $+23^\circ 27'$. Al polo Nord l'equatore celeste coincide con l'orizzonte e quindi l'altezza del Sole ha lo stesso valore della sua declinazione. Nel suo moto apparente diurno in prossimità del solstizio il Sole percorre un cerchio parallelo all'orizzonte (un almucantarato) con altezza di circa 23° senza mai tramontare. La Luna Piena si trova in posizione esattamente opposta al Sole, quindi, anche considerando l'inclinazione della sua orbita sull'eclittica pari a circa 5° , nel corso di quelle giornate si trova sempre sotto l'orizzonte di circa -18° e l'orso non può vederla.

Problema 4.11

Il raggio angolare medio della Luna vale: $R_{angolare} = \sin^{-1} \left(\frac{R_{Luna}}{D_{Luna}} \right) = \sin^{-1} \frac{1738}{384.4 \cdot 10^3} = 15'.54$, quindi

il rapporto (ε) tra l'area totale del cielo e l'area coperta dal disco lunare vale: $\varepsilon = \frac{\pi \cdot R_{angolare}^2}{41253} = \frac{0.2107}{41252} = 5.11 \cdot 10^{-6}$. Assumendo una distribuzione uniforme delle stelle visibili a occhio nudo

troviamo, in media, una stella ogni 6.88 gradi quadrati (41253/6000). Vale la proporzione $41253 : 6000 = 0.2107 : X$, dove X è il numero di stelle occultate. Avremo: $X \frac{6000 \cdot 0.2107}{41253} \cong 3.1 \cdot 10^{-2}$, valore che fornisce, in media, la probabilità che una stella visibile a occhio nudo sia occultata dalla Luna in un dato istante. La fase della Luna è inessenziale per la risposta.

Problema 5.1

La velocità con cui da Altair si vede il Sole avvicinarsi è anch'essa di 26 km/s. Poiché $\Delta\lambda/\lambda = v/c$ otterremo $\Delta\lambda = 0.57 \text{ \AA}$

Problema 5.3

Il volume occupato dall'atmosfera, nell'approssimazione usata, è pari al volume di una sfera con raggio $R_2 = R_{Terra} + 30 \text{ km}$, meno il volume di una sfera con raggio $R_1 = R_{Terra}$. Tale volume è dato da: $V_a = \frac{4}{3}\pi (R_{Terra} + 30)^3 - \frac{4}{3}\pi (R_{Terra})^3 = 1.102 \cdot 10^{12} \text{ km}^3 - 1.087 \cdot 10^{12} \text{ km}^3 = 15.41 \cdot 10^9 \text{ km}^3$. La densità media dell'atmosfera vale: $\rho_m = 3.3 \cdot 10^{-4} \text{ g/cm}^3 = 3.3 \cdot 10^8 \text{ kg/km}^3$; la massa dell'atmosfera è: $M_a = \rho_m V_a = 3.3 \cdot 10^8 \cdot 15.41 \cdot 10^9 \cong 5.1 \cdot 10^{18} \text{ kg}$, ovvero circa $8.5 \cdot 10^{-7}$ della massa totale della Terra.

Problema K-A20

Per un'orbita stabile la forza centrifuga dovuta alla rivoluzione deve eguagliare la forza di attrazione gravitazione della Terra: $m \frac{v^2}{R} = \frac{G \cdot M_T \cdot m}{R^2}$. Esprimendo "v" in funzione del periodo ricava: $\frac{4\pi^2 \cdot R}{T^2} = \frac{G \cdot M_T}{R^2}$, ovvero l'espressione della III Legge di Keplero generalizzata con la massa di uno dei due corpi trascurabile. Otteniamo: $R = \sqrt[3]{\frac{G \cdot M_T \cdot T^2}{4\pi^2}} = \sqrt[3]{\frac{6.674 \cdot 10^{-11} \cdot 5.97 \cdot 10^{24} \cdot 74.24 \cdot 10^8}{39.48}} \cong 42160 \text{ km}$. Ma questa è la distanza del satellite dal centro della Terra, per cui l'altezza dal suolo varrà: $h = R - R_T \cong 35780 \text{ km}$

Problema K-A30

Quando la Luna è al primo quarto Terra, Luna e Sole si trovano ai vertici di un triangolo rettangolo, con la Luna in corrispondenza all'angolo retto. Detto β l'angolo tra Luna e Sole visti dalla Terra si ha: $D_{Luna} = D_{Sole} \cos \beta$. Da cui si ricava: $\beta = \cos^{-1}\left(\frac{D_{Luna}}{D_{\odot}}\right) = \cos^{-1}\left(\frac{384.4 \cdot 10^3}{149.6 \cdot 10^6}\right) = 89^\circ 51' 10''$

Problema K-A34

Detta "g" l'accelerazione di gravità, il peso (P) di un corpo è la forza con cui il corpo è attratto dal pianeta, ovvero la forza di gravità che si esercita tra corpo e pianeta: $P = m g$. L'accelerazione di gravità è data dalla relazione: $g = \frac{G \cdot M}{R^2}$ e alla superficie di Mercurio e di Saturno vale: $g_{Mercurio} = \frac{6.674 \cdot 10^{-11} \cdot 3.30 \cdot 10^{23}}{(2440 \cdot 10^3)^2} = 3.70 \text{ m s}^{-2}$; $g_{Saturno} = \frac{6.674 \cdot 10^{-11} \cdot 5.69 \cdot 10^{26}}{(60267 \cdot 10^3)^2} = 10.4 \text{ m s}^{-2}$. In assenza di rotazione il peso del corpo sarà quindi: $P_{Mercurio} = 370 \text{ N}$, $P_{Saturno} = 1040 \text{ N}$. La forza centrifuga è data dalla relazione: $F_c = m \frac{v^2}{R} = m \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot R}{T^2}$ e all'equatore è diretta in senso opposto alla gravità. Per i due pianeti avremo: $F_{cm} = 100 \frac{39.48 \cdot 2440 \cdot 10^3}{25.67 \cdot 10^{12}} = 3.75 \cdot 10^{-4} \text{ N}$ e $F_{cs} = 100 \frac{39.48 \cdot 60267 \cdot 10^3}{144.2 \cdot 10^7} = 165 \text{ N}$. Nel caso di Mercurio il peso resta praticamente invariato, mentre nel caso di Saturno il peso sarà: $P_{Saturno} = 875 \text{ N}$