Olimpiadi Italiane di Astronomia 2020

INAF – Osservatorio Astrofisico di Catania

Corso di preparazione alla Gara Interregionale: Categoria **Junior 1**

Incontro 1: 21 gennaio 2020 - A cura di: Giuseppe Cutispoto e Mariachiara Falco

KA. 1
Svolgete i seguenti calcoli:
a) $10^3 \cdot 10^5 = ?$ $(10^3)^3 = ?$ $10^8 + 10^2 = ?$ $\frac{10^{20}}{10^{-11} \cdot 10^{24}} = ?$

b) $25.764 + 113.22 = ?$ $\frac{25.764}{113.22} = ?$ $\frac{25.764}{13.22} = ?$

KA. 2
Disegnate un'ellisse con eccentricità e = 0.812 e con coordinate dei due fuochi f_1 = (6.00 UA, 0 UA), f_2 = (-6.00 UA, 0 UA). Calcolate l'area dell'ellisse in UA^2 e in km^2.

KA. 3
Considerate un'ellisse con semiassi "a" = 7.02 UA e "b" = 5.52 UA. Calcolate l'eccentricità dell'ellisse e la distanza tra i due fuochi.

KA. 5
Un asteroide dista dal Sole 2.978 UA al perielio e 9.022 UA all'afelio. Determinate il semiasse maggiore, in UA e in km, e l'eccentricità dell'orbita. Calcolate il periodo di rivoluzione dell'asteroide. Stimate di quanto cambierebbe il periodo se l'eccentricità dell'orbita si dimezzasse.

KA. 6
Calcolate la velocità orbitale media della Luna intorno alla Terra e della Terra intorno al Sole in km/s. Assumete orbite circolari con raggio pari al semiasse maggiore. Trascurate la massa della Luna rispetto a quella della Terra e la massa della Terra rispetto a quella del Sole.

KA. 14
Un asteroide ha semiasse maggiore dell'orbita a = $329.7 \cdot 10^6$ km ed eccentricità e = 0.221. Una cometa dista dal Sole 3.604 UA all'afelio e 0.804 UA al perielio. Quale dei due corpi ha periodo di rivoluzione maggiore?

KA. 15
Un satellite artificiale orbita attorno alla Terra su un'orbita ellittica con semiassi: $a = 15.22 \cdot 10^3\ km$ e $b = 13.21 \cdot 10^3\ km$. Calcolate l'altezza minima del satellite al perigeo e all'apogeo rispetto alla superficie della Terra e il suo periodo di rivoluzione.

KA. 16
Calcolate la massa di un pianeta che ha un diametro D = 4880 km e accelerazione di gravità alla superficie $g_P = 3.70\ m/s^2$. Sapete dire di che pianeta si tratta ?

Soluzioni

KA. 1

a) $10^3 \cdot 10^5 = 10^8$ $(10^3)^3 = 10^9$ $10^8 + 10^2 \sim 10^8$ (10^2 è trascurabile rispetto a 10^8)

$\frac{10^{20}}{10^{-11} \cdot 10^{24}} = 10^7$

b) $25.764 + 113.22 = 138.98$ $\frac{25.764}{113.22} = 0.22756$ $\frac{25.764}{13.22} = 1.949$

Nota: *In una somma il numero di cifre dopo la virgola da riportare nel risultato è pari a quelle del valore con precisione minore. In un prodotto, o una divisione, bisogna considerare le "cifre significative" del valore con precisione minore. Se una misura ha valore 25.764 significa che l'apparato di misura non è in grado di apprezzare quantità inferiori al millesimo, l'errore sul dato sarà di ± 0.001 e le cifre significative sono 5. Anche per il valore 113.22 le cifre significative 5. Altri esempi: per il valore 0.734 le cifre significative sono 3, per il valore 0.7340 le cifre significative sono 4, per il valore 0.0042 le cifre significative sono 2. Dalla teoria degli errori sappiamo che possiamo esprimere il risultato finale del rapporto (o prodotto) di due grandezze con un numero di cifre significative pari, con buona approssimazione, al numero di cifre significative della quantità misurata con precisione minore.*

KA. 2

Dalla relazione $e = \frac{c}{a}$ *ricaviamo il semiasse maggiore dell'ellisse:* $a = \frac{c}{e} = \frac{6.00}{0.812} \cong 7.39\ UA$, *mentre dalla relazione* $c = \sqrt{a^2 - b^2}$ *otteniamo:* $b = \sqrt{a^2 - c^2} \cong 4.31\ UA$. *Infine, l'area di una ellisse vale:* $A = \pi\, a\, b = \pi \cdot 7.39 \cdot 4.31 \cong 100\ UA^2 = \pi \cdot 7.39 \cdot 149.6 \cdot 10^6 \cdot 4.31 \cdot 149.6 \cdot 10^6 \cong 2.24 \cdot 10^{18}\ km^2$

KA. 3

L'eccentricità si può ricavare dalla relazione: $e = \sqrt{1-\left(\frac{b^2}{a^2}\right)} = 0.618$. *La distanza (D) tra i fuochi è data dalla relazione* $D = 2\,c = 2\sqrt{a^2 - b^2} = 2\sqrt{49.3 - 30.5} = 8.67\ UA$

KA. 5

Il semiasse maggiore vale: $a = \frac{D_a + D_p}{2}$ *= 6.000 UA = 897.6 ·* 10^6 *km. Dalla relazione* $D_A = a\,(1+e)$ *ricaviamo* $e = \frac{D_a}{a} - 1 \cong$ *0.5037. Il periodo di rivoluzione, che non dipende dall'eccentricità dell'orbita ma solo dal semiasse maggiore, si ottiene dalla III legge di Keplero e vale T =* $\sqrt{a^3}$ *= 14.70 anni*

KA. 6

Detto a_L *il semiasse maggiore dell'orbita della Luna, la lunghezza dell'orbita è pari a* $O_L = 2\,\pi\, a_L \cong 2.415 \cdot 10^6\ km.$ *Il periodo di rivoluzione della Luna, mese siderale, vale:* $T_L \cong 27.322\ giorni \cong 23.606 \cdot 10^5\ s$, *quindi il modulo della velocità media di rivoluzione della Luna intorno alla Terra è dato da:* $v_{mL} = \frac{s}{t} = \frac{O_L}{T_L} = \frac{2.415 \cdot 10^6}{23.606 \cdot 10^5} \cong 1.023\ \frac{km}{s}$. *Detto* a_T *il semiasse maggiore dell'orbita della Terra, la lunghezza dell'orbita è pari a* $O_T = 2\,\pi\, a_T \cong 940.0 \cdot 10^6\ km.$ *Il periodo di rivoluzione della Terra, anno siderale, vale:* $T_T \cong 365.26\ giorni \cong 31.558 \cdot 10^6\ s$, *quindi il modulo della velocità media di rivoluzione della Terra intorno al Sole è dato da:* $v_{mT} = \frac{s}{t} = \frac{O_T}{T_T} = \frac{940.0 \cdot 10^6}{31.558 \cdot 10^6} \cong 29.79\ \frac{km}{s}$

KA. 14

Il semiasse maggiore dell'orbita dell'asteroide vale: a = 329.7 · 10^6 *km ≅ 2.204 UA. Esprimendo il semiasse maggiore dell'orbita in UA, il suo periodo di rivoluzione (T) in anni si ottiene dalla semplice relazione T =* $\sqrt{a^3} \cong \sqrt{2.204^3} \cong \sqrt{10.71} \cong 3.272\ anni$. *Il periodo non dipende dall'eccentricità dell'orbita. Il semiasse maggiore dell'orbita della cometa si può ricavare dalla relazione:* $a = \frac{D_a + D_p}{2} = 2.204\ UA$. *Poiché il semiasse maggiore dell'orbita dei due corpi è uguale, anche il periodo di rivoluzione dei due corpi è uguale e vale 3.272 anni.*

KA. 15

L'eccentricità dell'orbita è data dalla relazione: e = $\sqrt{1-\left(\frac{b^2}{a^2}\right)} \cong \sqrt{1-\left(\frac{174.5 \cdot 10^6}{231.6 \cdot 10^6}\right)} \cong 0.4965$. *La distanza dal centro della Terra al perigeo e all'apogeo è data da:* $D_P = a\,(1-e) \cong 7663\ km$ *e* $D_A = a\,(1+e) \cong 22780\ km$. *L'altezza minima di un satellite si ha quando un osservatore lo vede transitare allo zenith. Quindi per ottenere l'altezza minima (H) sulla superficie nei due casi dobbiamo semplicemente sottrarre il raggio della Terra:* $H_P = D_p - R_T \cong 1285\ km$ *e* $H_A = D_A - R_T \cong 16400\ km$. *Poiché la massa del satellite è trascurabile rispetto a quella della Terra, il suo periodo di rivoluzione (T) è dato da:* $T = \sqrt{\frac{4\,\pi^2 \cdot a^3}{G \cdot M_T}} \cong \sqrt{\frac{39.48 \cdot 3.526 \cdot 10^{21}}{6.674 \cdot 10^{-11} \cdot 5.97 \cdot 10^{24}}} \cong \sqrt{34.9\ \cdot\ 10^7} \cong 187 \cdot\ 10^2\ s \cong 312\ m\ \cong 5\ h\ \ 12\ m$

KA. 16

La massa del pianeta è data dalla relazione: $M_P = \frac{g_P \cdot R^2}{G} = \frac{3.70 \cdot 5.954 \cdot 10^{12}}{6.674 \cdot 10^{-11}} \cong 3.30\ \cdot 10^{23}\ kg$. *Dai dati in tabella vediamo che si tratta del pianeta Mercurio.*