Olimpiadi Italiane di Astronomia 2020

INAF – Osservatorio Astrofisico di Catania

Corso di preparazione alla Gara Interregionale: Categoria **Junior 2 + Senior**

Incontro 1: 23 gennaio 2020 - A cura di: Giuseppe Cutispoto e Mariachiara Falco

KA. 1

Svolgete i seguenti calcoli:

a) $10^3 \cdot 10^5 = ?$ $(10^3)^3 = ?$ $10^8 + 10^2 = ?$ $\frac{10^{20}}{10^{-11} \cdot 10^{24}} = ?$

b) $25.764 + 113.22 = ?$ $\frac{25.764}{113.22} = ?$ $\frac{25.764}{13.22} = ?$

c) In un triangolo rettangolo l'angolo β formato dall'ipotenusa e dal cateto maggiore "b" vale:

β = 25".88. Detto "a" il cateto opposto all'angolo β, se "b" = $384.4 \cdot 10^3$ km, quanto vale "a"?

KA. 4

Detto "a" il semiasse maggiore di un'ellisse, dimostrate che la somma delle distanze dai fuochi di un punto sull'ellisse vale k = 2a.

KA. 5

Un asteroide dista dal Sole 2.978 UA al perielio e 9.022 UA all'afelio. Determinate il semiasse maggiore, in UA e in km, e l'eccentricità dell'orbita. Calcolate il periodo di rivoluzione dell'asteroide. Stimate di quanto cambierebbe il periodo se l'eccentricità dell'orbita si dimezzasse.

KA. 8

La cometa di Halley dista dal Sole $8.767 \cdot 10^{10}$ m al perielio e $5.248 \cdot 10^{12}$ m all'afelio. La sua velocità al perielio è di 54.6 km/s. Calcolare la velocità all'afelio in km/s e in m/s e il periodo di rivoluzione della cometa in anni. In realtà il periodo della Halley non è costante, sapete spiegare perché ?

KA. 10

L'orbita di un asteroide ha semiasse maggiore di 7.143 UA e semiasse minore di 2.635 UA. Calcolate l'eccentricità dell'orbita e la distanza dell'asteroide dal Sole al perielio e all'afelio. Supponendo che l'asteroide orbiti in prossimità del piano dell'eclittica, quali sono i pianeti con cui potrebbe entrare in collisione ? Questo asteroide fa parte della "Fascia degli Asteroidi" ?

KA. 13

Può una cometa avere un periodo di rivoluzione di un anno e una distanza all'afelio maggiore di quella di Marte?

KA. 15

Un satellite artificiale orbita attorno alla Terra su un'orbita ellittica con semiassi: $a = 15.22 \cdot 10^3\ km$ e $b = 13.21 \cdot 10^3\ km$. Calcolate l'altezza minima del satellite al perigeo e all'apogeo rispetto alla superficie della Terra e il suo periodo di rivoluzione.

KA. 17

Un asteroide ha un raggio di 200 km e la sua densità media è pari a quella di Mercurio. Calcolate il valore dell'accelerazione di gravità alla superfice dell'asteroide in m/s^2.

KA. 19

Calcolate il minimo periodo di rivoluzione (in anni e in hh:mm) di un satellite che si muove su un'orbita circolare intorno al Sole e di uno che si muove su un'orbita circolare intorno alla Terra. Si assuma per il Sole e per la Terra una forma perfettamente sferica.

KA. 30
Da un osservatorio posto sulla Terra osservate due opposizioni consecutive di un pianeta esterno. L'intervallo di tempo tra i due eventi è di 398.88 giorni. Di che pianeta si tratta ?

KA. 32
Calcolate le dimensioni angolari minime e massime possibili del Sole e della Terra visti da Nettuno. Trascurate l'inclinazione dell'orbita di Nettuno sull'eclittica. Fornite il risultato in secondi d'arco.

KA. 35
Osservate una configurazione planetaria molto particolare, con Venere alla massima elongazione ovest e angolarmente vicinissimo (in congiunzione) a Marte. Calcolate la distanza Terra-Marte, assumendo tutte le orbite circolari e trascurando le loro inclinazioni sull'eclittica

Soluzioni

KA. 1

a) $10^3 \cdot 10^5 = 10^8$ $(10^3)^3 = 10^9$ $10^8 + 10^2 \sim 10^8$ (10^2 è trascurabile rispetto a 10^8)

$\frac{10^{20}}{10^{-11} \cdot 10^{24}} = 10^7$

b) 25.764 + 113.22 = 138.98 $\frac{25.764}{113.22} = 0.22756$ $\frac{25.764}{13.22} = 1.949$

Nota: *In una somma il numero di cifre dopo la virgola da riportare nel risultato è pari a quelle del valore con precisione minore. In un prodotto, o una divisione, bisogna considerare le "cifre significative" del valore con precisione minore. Se una misura ha valore 25.764 significa che l'apparato di misura non è in grado di apprezzare quantità inferiori al millesimo, l'errore sul dato sarà di ± 0.001 e le cifre significative sono 5. Anche per il valore 113.22 le cifre significative 5. Altri esempi: per il valore 0.734 le cifre significative sono 3, per il valore 0.7340 le cifre significative sono 4, per il valore 0.0042 le cifre significative sono 2. Dalla teoria degli errori sappiamo che possiamo esprimere il risultato finale del rapporto (o prodotto) di due grandezze con un numero di cifre significative pari, con buona approssimazione, al numero di cifre significative della quantità misurata con precisione minore.*

c) β = 25".88 = 0.0072°, a = b · tg β = 48.23 km

KA. 4

Dalla definizione di ellisse possiamo calcolare la somma delle distanze dai fuochi per un punto qualsiasi sull'ellisse. Calcoliamo allora la somma delle distanze dai fuochi da uno dei punti di intersezione del semiasse maggiore con l'ellisse; otteniamo: k = d1 + d2 = (a - c) + (a + c) = 2a. Come verifica calcoliamo la somma delle distanze da uno dei punti di intersezione del semiasse minore con l'ellisse; otteniamo: k = d1 + d2 = $\sqrt{c^2 + b^2} + \sqrt{c^2 + b^2} = 2\sqrt{c^2 + b^2}$ *ed essendo* $c = \sqrt{a^2 - b^2}$ *avremo infine: k =* $2\sqrt{a^2 - b^2 + b^2} = 2\sqrt{a^2} = 2a$

KA. 5

Il semiasse maggiore vale: $a = \frac{D_a + D_p}{2}$ *= 6.000 UA = 897.6 ·* 10^6 *km. Dalla relazione* $D_A = a\,(1+e)$ *ricaviamo* $e = \frac{D_a}{a} - 1 \cong$ *0.5037. Il periodo di rivoluzione, che non dipende dall'eccentricità dell'orbita ma solo dal semiasse maggiore, si ottiene dalla III legge di Keplero e vale T =* $\sqrt{a^3}$ *= 14.70 anni*

KA. 8

Dalla II legge di Keplero sappiamo che le velocità all'afelio e al perielio sono legate dalla relazione:

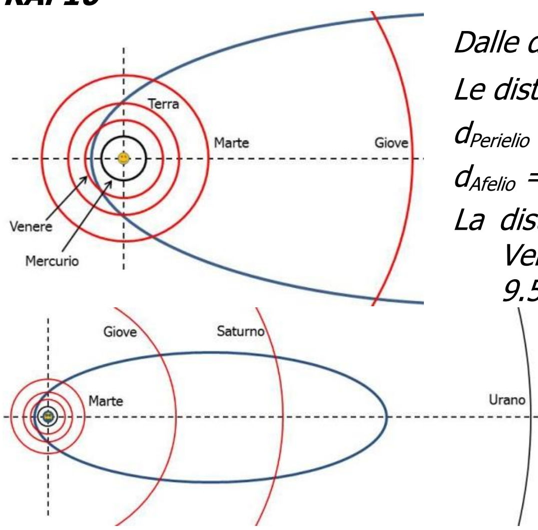
$$V_a \cdot D_a = V_p \cdot D_p \quad \text{e quindi:} \quad V_a = \frac{D_p}{D_a} V_p = \frac{8.767 \cdot 10^{10}}{5.248 \cdot 10^{12}} \cdot 54.6 \cong 0.912 \frac{km}{s} = 912 \frac{m}{s}$$

Dalle distanze all'afelio e al perielio ricaviamo il semiasse maggiore dell'orbita:

$$a = \frac{D_a + D_p}{2} = \frac{8.767 \cdot 10^{10} + 5.248 \cdot 10^{12}}{2} \cong 2.668 \cdot 10^{12}\ m \cong 17.83\ UA$$

Il periodo di rivoluzione è dato dalla III legge di Keplero: T = $\sqrt{a^3}$ *= 75.29 anni. Nel suo moto intorno al Sole la Halley può avvicinarsi ai pianeti, il loro l'effetto gravitazionale (in particolare quello di Giove) può portare a variazioni del periodo orbitale.*

_KA. 10_



Dalle dimensioni dei semiassi: $e = \sqrt{1-\left(\frac{b^2}{a^2}\right)}$ *= 0.9295.*

Le distanze dal Sole al perielio e all'afelio valgono:

$d_{Perielio} = a(1-e) = 0.5036$ *UA*

$d_{Afelio} = a(1+e) = 13.78$ *UA*

La distanza dei pianeti dal Sole in UA è circa: Mercurio = 0.4, Venere = 0.7, Terra = 1, Marte = 1.5, Giove = 5.2; Saturno = 9.5, Urano = 19.6, Nettuno = 30

L'asteroide potrebbe incrociare le orbite dei pianeti con distanza dal Sole: 0.5036 UA < D < 13.78 UA, cioè Venere, Terra, Marte, Giove e Saturno.

La "Fascia degli Asteroidi" è compresa tra le orbite di Marte e di Giove, l'asteroide non ne fa parte.

_KA. 13_

Poiché T = 1 anno, il semiasse maggiore dell'orbita della cometa vale a = 1 UA. Il semiasse maggiore dell'orbita di Marte è di 1.523 UA. Poiché $d_{afelio} = a\,(1+e)$, *per essere* $d_{afelio} > 1.523$ *UA occorre che l'orbita della cometa abbia un'eccentricità e > 0.523.*

_KA. 15_

L'eccentricità dell'orbita è data dalla relazione: $e = \sqrt{1-\left(\frac{b^2}{a^2}\right)} \cong \sqrt{1-\left(\frac{174.5\cdot 10^6}{231.6\cdot 10^6}\right)} \cong 0.4965$. *La distanza dal centro della Terra al perigeo e all'apogeo è data da:* $D_P = a\,(1-e) \cong 7663\ km$ *e* $D_A = a\,(1+e) \cong 227.8\cdot 10^2\ km$. *L'altezza minima di un satellite si ha quando un osservatore lo vede transitare allo zenith. Quindi per ottenere l'altezza minima (H) sulla superficie nei due casi dobbiamo semplicemente sottrarre il raggio della Terra:* $H_P = D_p - R_T \cong 1285\ km$ *e* $H_A = D_A - R_T \cong 164.0\cdot 10^2\ km$. *Poiché la massa del satellite è trascurabile rispetto a quella della Terra, il suo periodo di rivoluzione (T) è dato da:* $T = \sqrt{\frac{4\,\pi^2\cdot a^3}{G\cdot M_T}} \cong \sqrt{\frac{39.48\cdot 3.526\cdot 10^{21}}{6.674\cdot 10^{-11}\cdot 5.97\cdot 10^{24}}} \cong \sqrt{34.9\ \cdot\ 10^7} \cong 187\cdot\ 10^2\ s \cong 312\ m\ \cong 5\ h\ \ 12\ m$

_KA. 17_

La massa (M) è data dalla densità media (σ*) per il volume. Se un corpo è sferico:* $M = \sigma\, V = \frac{4}{3}\pi\, R^3$. *Consideriamo il rapporto tra la massa dell'asteroide (*M_a*) e quella di Mercurio (*M_M*). Poiché le densità dei due corpi sono uguali avremo:* $M_a = M_M\left(\frac{R_a}{R_M}\right)^3 = 3.30\cdot 10^{23}\cdot 5.51\cdot 10^{-4} = 1.82\cdot 10^{20}$ *kg e infine* $g_a = \frac{G\cdot M_a}{R^2} = \frac{6.67\cdot\ 10^{-11}\cdot 1.82\cdot 10^{20}}{4.00\cdot 10^{10}} = 0.303\ \frac{m}{s^2}$

_KA. 19_

Il minimo periodo di rivoluzione si ha per orbite che sfiorano la fotosfera/superfice. Per il satellite che ruota intorno al Sole il semiasse maggiore vale: $a = R_\odot = 695475$ *km =* $4.649\cdot 10^{-3}$ *UA. Quindi dalla III legge di Keplero:* $T = \sqrt{(4.649\ \cdot\ 10^{-3})^3} = 3.170\cdot 10^{-4}$ *anni* $\cong 10^4$ *s* $\cong$ *2 h 47 m. Per il satellite che ruota intorno alla Terra avremo invece:* $T = \sqrt{\frac{4\,\pi^2\cdot R_T^3}{G\cdot M_T}} = \sqrt{\frac{39.48\cdot 2.594\cdot 10^{20}}{6.674\cdot 10^{-11}\cdot 5.97\cdot 10^{24}}} = \sqrt{2.57\ \cdot\ 10^7} \cong 5070\ s \cong 1\ h\ 24$

KA. 30

L'intervallo tra due opposizioni consecutive è pari al periodo sinodico (P). Detto "E" il periodo siderale della Terra e "P" il periodo siderale del pianeta vale la relazione: $P = \frac{E \cdot S}{|E-S|} = \frac{365.26 \cdot 398.88}{33.62} = 4334\ giorni = 11.86\ anni$. *Si tratta quindi del pianeta Giove.*

KA. 32

Le dimensioni angolari massime e minime del Sole si avranno quando Nettuno è, rispettivamente, al perielio (D_{NP} = 29.81 UA = 4.459 · 10^9 km) e all'afelio (D_{NA} = 30.33 UA = 4.537 · 10^9 km). Le dimensioni angolari del Sole ($\beta_\odot$) saranno:

$$\beta_{\odot min} = 2\ arcsen\ \frac{R_\odot}{D_{NA}} = 2\ arcsen\ \frac{695500}{4.537 \cdot 10^9} \cong 63''.24$$

$$\beta_{\odot max} = 2\ arcsen\ \frac{R_\odot}{D_{NP}} = 2\ arcsen\ \frac{695500}{4.459 \cdot 10^9} \cong 64''.34$$

La dimensione massima assoluta della Terra si avrà quando si verificano simultaneamente le condizioni: 1) Terra in congiunzione inferiore; 2) Nettuno al perielio; 3) Terra all'afelio (quindi con le linee degli apsidi di Nettuno e della Terra allineate); in questo caso la distanza (la minima possibile) Terra-Nettuno vale: d_{minTN} = D_{NP} – D_{TA} = 4.459 · 10^9 km - 152.1 · 10^6 km = 4.307 · 10^9 km, per cui la dimensione angolare massima sarà:

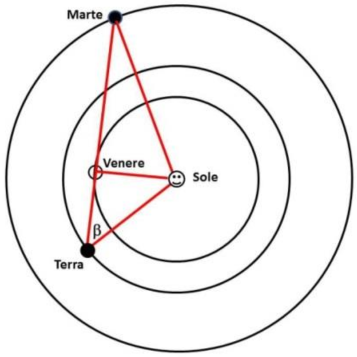
$$\beta_{\mathrm{T}max} = 2\ arcsen\ \frac{R_{\mathrm{T}}}{d_{minTN}} = 2\ arcsen\ \frac{6378}{4.307 \cdot 10^9} \cong 0''.611$$

La dimensione minima assoluta della Terra si avrà quando si verificano simultaneamente le condizioni: 1) Terra in congiunzione superiore; 2) Nettuno all'afelio; 3) Terra all'afelio (anche in questo caso le linee degli apsidi di Nettuno e Terra risultano allineate); in questo caso la distanza (la massima possibile) Terra-Nettuno vale: d_{maxTN} = D_{NA} + D_{TA} = 4.459 · 10^9 km + 152.1 · 10^6 km = 4.689 · 10^9 km e la dimensione angolare minima sarà:

$$\beta_{\mathrm{T}min} = 2\ arcsen\ \frac{R_{\mathrm{T}}}{d_{maxTN}} = 2\ arcsen\ \frac{6378}{4.689 \cdot 10^9} \cong 0''.561$$

Nota: da Nettuno l'osservazione della Terra in congiunzione inferiore sarebbe possibile durante un suo "transito" sul disco solare; l'osservazione della Terra in congiunzione superiore sarebbe possibile perché le due orbite non sono in effetti perfettamente complanari, ma sarebbe comunque estremamente difficile.

KA. 35



In questa semplice configurazione possiamo assumere che Sole, Terra, Venere e Marte si trovino ai vertici di due triangoli rettangoli con il lato VS in comune e risolvere il problema con il teorema di Pitagora.

$$VT = \sqrt{TS^2 - VS^2} \cong \sqrt{2.238 \cdot 10^{16} - 1.171 \cdot 10^{16}} \cong 103.3 \cdot 10^6\ km$$

$$MV = \sqrt{MS^2 - VS^2} \cong \sqrt{5.194 \cdot 10^{16} - 1.171 \cdot 10^{16}} \cong 200.6 \cdot 10^6\ km$$

$$MT = VT + MV \cong 103.3 \cdot 10^6\ km + 200.6 \cdot 10^6\ km \cong 303.9 \cdot 10^6\ km$$