

Olimpiadi Italiane di Astronomia 2020

INAF – Osservatorio Astrofisico di Catania

Corso di preparazione alla Gara Interregionale: Categoria **Junior 1**

**Incontro 2: 28 gennaio 2020** - A cura di: Giuseppe Cutispoto e Mariachiara Falco

**KA. 9**

Tra il 21 Marzo e il 22 Settembre trascorrono 186 giorni, mentre tra il 23 Settembre e il 20 Marzo ne trascorrono 179. Eppure in ognuno dei due intervalli di tempo la Terra percorre esattamente metà della sua orbita intorno al Sole. Date una spiegazione del fenomeno.

**KA. 12**

L'Asteroido 704 "Interamnia", scoperto nel 1910, percorre intorno al Sole un'orbita stabile in prossimità dell'eclittica con eccentricità  $e = 0.151$  e periodo  $T = 5.35$  anni. Si dica se l'asteroide costituisce una minaccia per la Terra, stimando la sua distanza minima dal nostro pianeta. Si assuma per la Terra un'orbita circolare.

**KA. 21**

Supponete di raddoppiare la massa del Sole. Calcolate il nuovo periodo di rivoluzione della Terra mantenendo inalterato il valore dell'UA. Se la massa di Mercurio raddoppiasse, quale sarebbe il suo nuovo periodo di rivoluzione supponendo invariato il semiasse maggiore dell'orbita?

**KA. 24**

I satelliti geostazionari sono chiamati così perché, pur orbitando intorno alla Terra sul piano dell'equatore, mantengono inalterata la posizione nel cielo. Si determini l'altezza di un satellite geostazionario osservato allo zenith da un punto sull'equatore della Terra. Si assuma per la durata del giorno siderale  $T = 23\text{h } 56\text{m } 4\text{s}$ .

**KA. 28**

Calcolare il periodo sinodico di Nettuno, osservato dalla Terra, in anni e in giorni.

**KA. 35**

Osservate una configurazione planetaria molto particolare, con Venere alla massima elongazione ovest e angularmente vicinissimo (in congiunzione) a Marte. Calcolate la distanza Terra-Marte, assumendo tutte le orbite circolari e trascurando le loro inclinazioni sull'eclittica

**KA. 36**

Quando Venere si trova in congiunzione inferiore, Sole, Venere e Terra si trovano lungo la stessa retta. Dopo quanto tempo Sole, Venere e Terra saranno per la prima volta nuovamente allineati ?

**KA. 41**

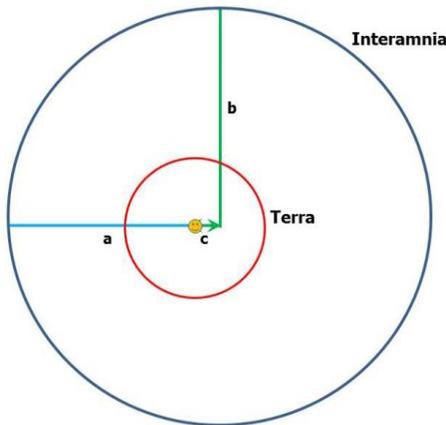
La seguente frase contiene alcune informazioni errate, dite quali. Mercurio è il pianeta più piccolo del Sistema Solare ed è quello più vicino al Sole. Il suo periodo sinodico è di 150.36 giorni. E' l'unico pianeta che possiamo osservare transitare sul disco solare. Tra una congiunzione superiore e una congiunzione inferiore di Mercurio passano circa 58 giorni. E' stato osservato in opposizione nell'estate del 2015.

## Soluzioni

### KA. 9

Dalla II legge di Keplero sappiamo che la velocità con cui un pianeta si muove lungo la sua orbita intorno al Sole dipende dalla distanza ed è massima al perielio e minima all'afelio. Nel periodo 21 marzo - 22 settembre è compreso l'istante in cui la Terra si trova all'afelio, quindi in questo intervallo la Terra si muove più lentamente di quanto non faccia nell'altro intervallo, quello invernale, in cui è compreso l'istante in cui passa al perielio.

### KA. 12



Noto il periodo di rivoluzione, il semiasse maggiore dell'orbita di 704 Interamnia si trova applicando la III legge di Keplero:  $a^3 \text{ (UA)} = T^2 \text{ (anni)}$ , da cui  $a = \sqrt[3]{5.35^2} = 3.06 \text{ UA}$ . Il semiasse minore dell'orbita si ricava dalla relazione:  $b = a \sqrt{1 - e^2} = 3.02 \text{ UA}$ . La posizione del Sole rispetto al centro dell'ellisse è data da:  $c = \sqrt{a^2 - b^2} \cong \sqrt{3.06^2 - 3.02^2} \cong 0.24 \text{ UA}$

Quindi l'orbita (sul piano dell'eclittica, ma stabile) si trova ben all'esterno di quella della Terra (vedere disegno a sinistra). La distanza minima dalla Terra è data dalla distanza di Interamnia dal Sole al perielio meno la distanza della Terra dal Sole:  $D_{\min} = D_p - UA = a(1 - e) - UA \cong 1.60 \text{ UA}$

Noto il periodo, il semiasse maggiore dell'orbita di 704 Interamnia si trova applicando la III legge di Keplero:  $a^3 \text{ (UA)} = T^2 \text{ (anni)}$ , da cui  $a = \sqrt[3]{5.35^2} = 3.06 \text{ anni}$ . Le distanze all'afelio e al perielio valgono:  $d_A = a(1+e) = 3.52 \text{ UA}$ ;  $d_P = a(1-e) = 2.60 \text{ UA}$ . Il semiasse minore dell'orbita si ricava dalla relazione:  $b = a \sqrt{1 - e^2} = 3.02 \text{ UA}$ . Quindi tutta l'orbita (sul piano dell'eclittica, ma stabile, come specificato nel testo) si trova ben all'esterno di quella della Terra.

### KA. 21

Dalla III Legge di Keplero, detto  $T_1$  il nuovo periodo di rivoluzione della Terra, avremo nei due casi:

$$\frac{a^3}{T^2} = \frac{G(M_{\odot} + M_{Terra})}{4\pi^2} \quad e \quad \frac{a^3}{T_1^2} = \frac{G(2M_{\odot} + M_{Terra})}{4\pi^2}$$

La massa della Terra è trascurabile rispetto a quella del Sole e dividendo membro a membro si ha:

$$\frac{T_1^2}{T^2} = \frac{1}{2} \quad \text{da cui otteniamo:} \quad T_1 = T \sqrt{0.5} \cong 0.707 \text{ anni} \cong 258 \text{ g}$$

Ovviamente si può arrivare alla soluzione calcolando direttamente il nuovo periodo di rivoluzione della

$$\text{Terra dalla relazione: } T_1 = \sqrt{\frac{4\pi^2 a^3}{G 2M_{\odot}}} = \sqrt{\frac{39.48 \cdot 3.348 \cdot 10^{33}}{6.674 \cdot 10^{-11} \cdot 2 \cdot 1.99 \cdot 10^{30}}} \cong 2.23 \cdot 10^7 \text{ s} \cong 258 \text{ g}$$

Raddoppiando la massa di Mercurio il suo periodo di rivoluzione rimarrebbe praticamente, poiché resterebbe comunque trascurabile rispetto a quella del Sole.

### KA. 24

Per un'orbita stabile la forza centrifuga dovuta alla rivoluzione deve eguagliare la forza di attrazione gravitazione della Terra:  $m \frac{v^2}{R} = \frac{G \cdot M_T \cdot m}{R^2}$ . Esprimendo "v" in funzione del periodo (T) si ricava:

$$\frac{4\pi^2 \cdot R}{T^2} = \frac{G \cdot M_T}{R^2}, \quad e \quad \text{infine} \quad \frac{R^3}{T^2} = \frac{G \cdot M_T}{4\pi^2}, \quad \text{ovvero la III Legge di Keplero con la massa di uno dei due corpi}$$

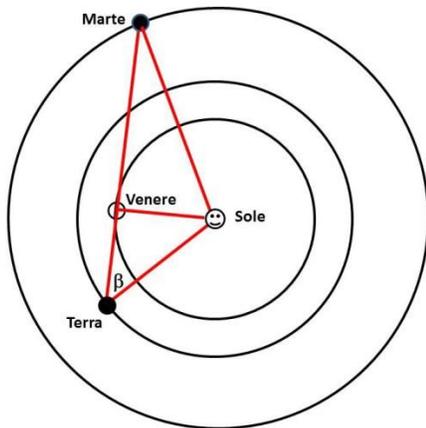
trascurabile. Otteniamo:  $R = \sqrt[3]{\frac{G \cdot M_T \cdot T^2}{4 \pi^2}} = \sqrt[3]{\frac{6.674 \cdot 10^{-11} \cdot 5.97 \cdot 10^{24} \cdot 74.24 \cdot 10^8}{39.48}} \cong 42160 \text{ km}$ . Ma questa è la distanza del satellite dal centro della Terra, per cui l'altezza dal suolo varrà:  $h = R - R_T \cong 35780 \text{ km}$

### KA. 28

Il periodo sinodico ( $S$ ) è il tempo che impiega un corpo, osservato in questo caso dalla Terra, per tornare nella stessa posizione rispetto al Sole (per esempio l'intervallo tra due opposizioni consecutive). Detto  $E$  il periodo siderale della Terra e  $P$  il periodo siderale di Nettuno vale la relazione:

$$s = \frac{E \cdot P}{|E - P|} = \frac{164.79}{163.79} = 1.0061 \text{ anni} = 367.49 \text{ g}$$

### KA. 35



In questa semplice configurazione possiamo assumere che Sole, Terra, Venere e Marte si trovino ai vertici di due triangoli rettangoli con il lato VS in comune e risolvere il problema con il teorema di Pitagora.

$$VT = \sqrt{TS^2 - VS^2} \cong \sqrt{2.238 \cdot 10^{16} - 1.171 \cdot 10^{16}} \cong 103.3 \cdot 10^6 \text{ km}$$

$$MV = \sqrt{MS^2 - VS^2} \cong \sqrt{5.194 \cdot 10^{16} - 1.171 \cdot 10^{16}} \cong 200.6 \cdot 10^6 \text{ km}$$

$$MT = VT + MV \cong 103.3 \cdot 10^6 + 200.6 \cdot 10^6 \cong 303.9 \cdot 10^6 \text{ km}$$

### KA. 36

Calcoliamo il periodo sinodico di Venere ( $S_V$ ), che ci fornisce il tempo tra una congiunzione inferiore e la successiva, detti  $P_T$  e  $P_V$  i periodi orbitali di Terra e Venere avremo:

$$S_V = \frac{P_T \cdot P_V}{|P_T - P_V|} = \frac{365.26 \cdot 224.70}{365.26 - 224.70} = \frac{82074}{140.56} \cong 583.91 \text{ g}$$

In realtà i tre corpi sono allineati anche quando Venere si trova in congiunzione superiore. Assumendo orbite circolari, il tempo tra una congiunzione inferiore e la successiva congiunzione superiore (nel caso dei pianeti esterni tra un'opposizione e la congiunzione superiore successiva) è pari alla metà del periodo sinodico. Quindi il prossimo allineamento dei tre corpi si avrà dopo un tempo:

$$T = \frac{S_V}{2} \cong 291.96 \text{ g}$$

### KA. 41

Mercurio è il pianeta più piccolo del Sistema Solare ed è quello più vicino al Sole: corretto. Il suo periodo sinodico è di 150.36 giorni: errato, infatti  $S_M = \frac{E \cdot P}{|E - P|} = \frac{365.26 \cdot 87.969}{365.26 - 87.969} = \frac{32132}{277.29} = 115.88 \text{ g}$ . È l'unico pianeta che possiamo osservare transitare sul disco solare: errato, oltre a Mercurio anche l'altro pianeta interno, Venere, può essere visto transitare davanti al Sole. Tra una congiunzione superiore e una congiunzione inferiore di Mercurio passano circa 58 giorni: corretto, è un tempo pari a circa la metà del periodo sinodico (trascurando la differenza di velocità del pianeta all'afelio e al perielio). È stato osservato in opposizione nell'estate del 2015: errato, i pianeti interni non possono mai essere in opposizione con il Sole.