Olimpiadi Italiane di Astronomia 2020

INAF – Osservatorio Astrofisico di Catania

Corso di preparazione alla Gara Interregionale: Categoria **Junior 2 + Senior**

Incontro 2: 30 gennaio 2020 - A cura di: Giuseppe Cutispoto e Mariachiara Falco

MA. 1
Utilizzando i logaritmi in base 10 determinare:

log 10 = ? log 1000 = ? log 1 = ? log (a · b) = ? log $\frac{a}{b}$ = ? log $(a)^3$ = ? log 10^6 = ?

log $\sqrt{10}$ = ? $\sqrt[4.7]{36.54}$ = x

MA. 3
La stella "α Cen A" ha magnitudine apparente m_v = -0.01 e parallasse $\pi = 0''.747$; calcolate la sua distanza, in pc e in a.l., e la sua magnitudine assoluta M_v. La stella "α CMa" (= Sirio) ha m_v = -1.43 e distanza d = 8.58 a.l.; calcolate la sua parallasse π e sua la magnitudine assoluta M_v.

MA. 4
Quanto varrebbe la magnitudine apparente di Sirio (= α CMa) se si trovasse a una distanza dal Sole pari a D = 85.8 a.l.? A partire da quale distanza Sirio non sarebbe più visibile a occhio nudo? Si esprima il risultato in pc e in a.l., trascurando gli effetti dovuti all'atmosfera della Terra.

MA. 5
Calcolate la magnitudine assoluta media della Luna Piena, sapendo che la sua magnitudine apparente media vale m_{Luna} = -12.74

MA. 9
Se potessero essere osservate individualmente le due componenti di una binaria spettroscopica avrebbero magnitudini m_1 = 3.74 e m_2 = 4.15. Quanto vale la magnitudine apparente totale della binaria spettroscopica ?

MA. 10
Una stella ha m_v = 4.32. Sappiamo, da osservazioni spettroscopiche, che la temperatura della sua fotosfera è T = 5000 K. Quanto dovrebbe valere T per osservare m_v = 2.32?

MA. 22
L'ammasso globulare M3 ha un diametro d = 180 anni luce e, visto dalla Terra, un diametro apparente α = 18'.3. Calcolate la magnitudine apparente di una stella di tipo solare dell'ammasso. L'età di M3 è ~ $11.4 \cdot 10^9$ anni, pensate di poter osservare una stella di tipo solare nell'ammasso ?

MA. 23
Deneb (= α Cyg) è la stella più luminosa della costellazione del Cigno (m_v = 1.25). La sua distanza non è ben nota, ma si stima essere di circa $2.60 \cdot 10^3$ anni luce. La temperatura della sua fotosfera è di 8500 K. Determinare la magnitudine assoluta di Deneb e quanto varrebbe la sua magnitudine apparente se si trovasse a una distanza di 4.36 anni luce, pari cioè a quella di α Cen. A tale distanza quanto varrebbe diametro apparente di Deneb ? Come apparirebbe il cielo notturno ?

MA. 24
Una galassia ellittica ha dimensioni angolari di 9.50 x 4.50 arcmin e magnitudine apparente superficiale m_{sup} = 22.0 mag/arcsec^2; si calcoli la magnitudine apparente integrata della galassia.

KA. 24
I satelliti geostazionari sono chiamati così perché, pur orbitando intorno alla Terra sul piano dell'equatore, mantengono inalterata la posizione nel cielo. Si determini l'altezza di un satellite geostazionario osservato allo zenith da un punto sull'equatore della Terra. Si assuma per la durata del giorno siderale T = 23h 56m 4s.

Soluzioni

MA.1

log 10 = 1; log 1000 = 3; log 1 = 0; log (a · b) = log a + log b; log $\frac{a}{b}$ = log a – log b;
log $(a)^3$ = 3 log a; log 10^6 = 6 log 10 = 6; log $\sqrt{10}$ = ½ log 10 = 0.5;
$\frac{1}{4.7}$ log 36.54 = log x, 0.3325 = log x e passando all'esponenziale: $10^{0.3325}$ = x e quindi: x = 2.150

MA. 3

Poichè: d (α Cen A) = $\frac{1}{\pi} = \frac{1}{0''.747} \cong 1.34\ pc \cong 4.37\ al.$*, M_V (α Cen A) = m (α Cen A) + 5 – 5 log d (α Cen A) = -0.01 + 5 – 0.64 = 4.35.*
Trasformando gli anni luce in parsec la distanza di α CMa è: d (α CMa) = $8.58 \cdot 0.3066 \cong$ *2.63 pc, la parallasse vale: π (α CMa)* $\cong \frac{1}{2.63} \cong 0''.380$ *e infine M_V (α CMa) = m (α CMa) + 5 – 5 log d (α CMa) ≅ -1.43 + 5 – 2.10 ≅ 1.47*

MA. 4

Detta m_1 la magnitudine di Sirio con d = 8.58 a.l. e m_2 la magnitudine con D = 10 d = 85.8 a.l., vale la relazione: $m_1 - m_2$ = - 2.5 log $\frac{F_1}{F_2}$. I flussi ricevuti nei due casi sono: $F_1 = \frac{L_{Sirio}}{4\,\pi\,d^2}$ *e* $F_2 = \frac{L_{Sirio}}{4\,\pi\,D^2}$*. Quindi: $m_1 - m_2$ = - 2.5 log $\frac{D^2}{d^2}$ = - 5 log 10 = - 5. Da cui: m_2 = 3.57 e quindi Sirio sarebbe ancora visibile a occhio nudo. Di norma si assume m = 6 come magnitudine limite visibile a occhio nudo. Dalla relazione $m_1 - m_2$ = - 2.5 log $\frac{F_1}{F_2}$ avremo: -7.43 = - 2.5 log $\frac{F_1}{F_2}$, dove F_1 è il flusso che riceviamo da Sirio e F_2 il flusso corrispondente a m = 6. Quindi: -7.43 = - 5 log $\frac{d_2}{d_1}$,* da cui *si ottiene 1.49 = log $\frac{d_2}{d_1}$ e infine: $\frac{d_2}{d_1}$ = 30.9. Sirio non sarebbe più visibile a occhio nudo se si trovasse a una distanza 30.9 volte maggiore di quella vera, ovvero per d_2 > 30.9 · 2.63 ≅ 81.3 pc ≅ 265 anni luce*

MA. 5

Poiché la distanza media è pari al semiasse maggiore dell'orbita lunare:

$$M_{Luna} = m_{Luna} + 5 - 5 \log d_{Luna} = -12.74 + 5 - 5 \log\left(\frac{384.4 \cdot 10^3}{30857 \cdot 10^9}\right) \cong 31.78$$

MA. 9

Vale la relazione $m_{1+2} = m_2 - 2.5 \log (10^{0.4(m2 - m1)} + 1)$. Sostituendo otteniamo m_{1+2} = 3.17

Approfondimento.

Dalla definizione di magnitudine $m_{1+2} = m_1 + m_2 = -2.5 \log (F_1 + F_2)$; d'altra parte $m_1 - m_2 = -2.5 \log (F_1/F_2)$, da cui ricaviamo che $F_1 = F_2 \cdot 10^{-0.4(m1-m2)}$ e quindi sostituendo si ha: $m_{1+2} = -2.5 \log (F_2 \cdot 10^{-0.4(m1-m2)} + F_2) = -2.5 \log (F_2 (10^{-0.4(m1-m2)} + 1))$ e dalle proprietà dei logaritmi si ricava infine l'espressione utilizzata. Notare che la relazione che esprime la somma di magnitudini si può ricavare nella forma equivalente: $m_{1+2} = m_1 - 2.5 \log (10^{0.4(m1 - m2)} + 1)$

MA. 10

Poiché stiamo considerando la stessa stella, la differenza di magnitudine al variare della temperatura si riduce alla relazione: $m_1 - m_2$ = - 2.5 log $\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^4$ e quindi: 2.00 = - 10 log $\frac{5000}{T_2}$ che possiamo scrivere come: 0.200 = - log 5000 + log T_2, da cui ricaviamo: 3.90 = log T_2 e infine T_2 ≅ 7940 K

MA. 22

La distanza (D) dell'ammasso è data dalla relazione:

$$D = \frac{d}{\tan\alpha} = \frac{180}{\tan 0.305} \cong 33.8 \cdot 10^3\ anni\ luce \cong 10.4 \cdot 10^3\ pc$$

La magnitudine assoluta di una stella di tipo spettrale G2 V è M = 4.83; ricaviamo quindi:

$$m_{G2V} = M - 5 + 5 \log d \cong 4.83 - 5 + 20.1 \cong 19.9$$

Tuttavia l'ammasso non può più contenere una stella G2 V, che ha un tempo di permanenza sulla Sequenza Principale dell'ordine di $10 \cdot 10^9$ anni, a meno che il processo di formazione stellare non sia continuato fino a oltre 1.5 miliardi di anni dopo l'aggregazione dell'ammasso.

MA. 23

La distanza di Deneb è di circa 797 parsec. Quindi $M_D = m_D + 5 - 5 \log d \cong 1.25 + 5 - 14.5 \cong -8.3$. Ponendo nella stessa relazione d = 1.34 pc, otteniamo $m_D \cong -8.3 - 5 + 0.636 \cong -12.7$, un valore molto simile alla magnitudine media della Luna Piena (che è di -12.74).
Per calcolare le dimensioni apparenti che avrebbe Deneb dobbiamo ricavarne il raggio. Confrontando Deneb con il Sole abbiamo:

$$M_D - M_{Sole} = -2.5 \log \left(\frac{R_D}{R_{Sole}}\right)^2 \left(\frac{T_D}{T_{Sole}}\right)^4$$

$$5 \log \frac{R_D}{R_{Sole}} = M_{Sole} - M_D - 10 \log \frac{T_D}{T_{Sole}} \cong 4.83 + 8.3 - 1.66 \cong 11.5$$

$$\frac{R_D}{R_{Sole}} \cong 10^{2.3} \quad \text{da cui si ricava:} \quad R_D \cong 200 \cdot R_{Sole} \cong 140 \cdot 10^6 \text{ km}$$

Quindi il raggio di Deneb è quasi uguale alla distanza Sole-Terra ! Poichè 1.34 parsec ≅4.37 anni luce ≅ $4.13 \cdot 10^{13}$ km, il diametro apparente di Deneb varrebbe: $D_{aDeneb} = 2 \operatorname{sen}^{-1}\left(\frac{140 \cdot 10^6}{4.13 \cdot 10^{13}}\right) \cong 1''.4$. Di notte, a occhio nudo, osserveremmo quindi un oggetto con luminosità pari a quella della Luna Piena, ma di aspetto puntiforme.

MA. 24

L'area di un'ellisse è data dalla relazione: $A = \pi\, a\, b$, l'area apparente della galassia, in arcsec², vale quindi $A_{gal} = \frac{\pi}{4} \cdot (9.50 \cdot 60) \cdot (4.50 \cdot 60) \cong 121 \cdot 10^3$ arcsec². Da cui otteniamo:

$$m_{GAL} = m_{sup} - 2.5 \log A_{gal} = 22.0 - 2.5 \log (121 \cdot 10^3) \cong 9.3$$

KA. 24

Per un'orbita stabile la forza centrifuga dovuta alla rivoluzione deve eguagliare la forza di attrazione gravitazione della Terra: $m \frac{v^2}{R} = \frac{G \cdot M_T . m}{R^2}$. Esprimendo "v" in funzione del periodo (T) si ricava: $\frac{4\pi^2 \cdot R}{T^2} = \frac{G \cdot M_T}{R^2}$, e infine $\frac{R^3}{T^2} = \frac{G \cdot M_T}{4\pi^2}$, ovvero la III Legge di Keplero con la massa di uno dei due corpi trascurabile. Otteniamo: $R = \sqrt[3]{\frac{G \cdot M_T \cdot T^2}{4\pi^2}} = \sqrt[3]{\frac{6.674 \cdot 10^{-11} \cdot 5.97 \cdot 10^{24} \cdot 74.24 \cdot 10^8}{39.48}} \cong 42160\ km$. Ma questa è la distanza del satellite dal centro della Terra, per cui l'altezza dal suolo varrà: $h = R - R_T \cong 35780$ km