Olimpiadi Italiane di Astronomia 2020

INAF – Osservatorio Astrofisico di Catania

Corso di preparazione alla Gara Interregionale: Categoria **Junior 2 + Senior**

Incontro 3: 4 febbraio 2020 - A cura di: Giuseppe Cutispoto e Mariachiara Falco

CA. 1
Un osservatore misura per il Polo Nord Celeste un'altezza di h = 37°, a che latitudine (φ) si trova l'osservatore ? Un secondo osservatore misura per l'equatore celeste un'altezza massima di h_{max} = 30°, a che latitudine si trova il secondo osservatore?

CA. 2
Un osservatore misura per la Stella Polare (δ_{2000} = 89° 16′) un'altezza minima di 26° 36′, a che latitudine si trova l'osservatore? Si trascurino gli effetti della precessione.

CA. 6
Nella seconda metà del mese di Giugno un orso bianco sosta per alcuni giorni al polo Nord. In quei giorni la Luna è prossima alla fase di Luna Piena. Può l'orso vederla in cielo?

CA. 10
Un osservatore nota che la stella Canopo (δ = -52° 41′) non cambia la sua altezza sull'orizzonte nel corso delle 24 ore. Stimate la latitudine a cui si trova l'osservatore e il periodo dell'anno in cui quest'osservazione è stata fatta.

CA. 13
Nell'emisfero Boreale a partire da quale latitudine si può assistere al fenomeno del "Sole di mezzanotte?"

CA. 17
Calcolate l'ascensione retta del Sole ai solstizi e agli equinozi.

CA. 29
La notte del 22 Dicembre 2015 il cielo a Milano (φ = 45° 28′) rimase coperto per tutta la notte. Circa a mezzanotte fu possibile osservare vicino al meridiano in direzione sud, in mezzo alle nuvole, solo una stella molto luminosa. Quali tra le seguenti stelle: Sirio (α_{2000}= 6h 45m, δ_{2000} = -16° 42′), Vega (α_{2000}= 18h 37m, δ_{2000} = 38° 47′), Arturo (α_{2000}= 14h 15m, δ_{2000} = 19° 11′), Canopo (α_{2000}= 6h 23m, δ_{2000} = -52° 41′) e Antares (α_{2000}= 16h 29m, δ_{2000} = -26° 25′), poteva essere quella osservata?

KA. 22
Secondo un mito greco un giorno il dio Efesto, che si trovava in cielo, lasciò cadere il suo incudine sulla Terra. L'incudine impiegò nove giorni per schiantarsi al suolo. Calcolate l'altezza del cielo secondo questo mito.

KA. 25
La Stazione Spaziale Internazionale (ISS) orbita intorno alla Terra a un'altezza media di h = 412 km e il suo periodo di rivoluzione vale P = 92.62 minuti. Supponete di mettere in orbita la ISS alla stessa altezza dal suolo attorno al pianeta Mercurio. Quanto varrebbe il suo periodo di rivoluzione ?

KA. 47
Nel 1968, Apollo 8 è stata la prima missione della NASA con equipaggio umano a entrare in orbita lunare, dove rimase per 20 ore, compiendo 10 orbite circolari complete prima di rientrare a Terra. Calcolate la distanza dalla superficie della Luna della navicella Apollo 8 durante le sue orbite e la sua velocità orbitale.

KA. 48
Calcolate il minimo periodo di rivoluzione di un corpo di piccola massa che si muove su un'orbita circolare attorno a una WD con raggio pari a quello della Terra. A che frazione della velocità della luce di muove il corpo?

KA. 52
Supponete che la massa del Sole si riduca a $M_{\odot} = 1.00 \cdot 10^{30}$ kg. Supponendo inalterati il periodo di rotazione della Terra e il semiasse maggiore dell'orbita, da quanti giorni sarebbe formato un anno ? Quanto varrebbero, in km, un parsec e un anno luce ?

Soluzioni

CA. 1
L'altezza sull'orizzonte del Polo Celeste è pari alla latitudine del luogo, quindi il primo osservatore si trova a $\varphi = 37°$. L'altezza massima dell'equatore celeste si ha al meridiano e vale $h_{max} = 90° - \varphi$, si avrà quindi: $30° = 90° - \varphi$, quindi la latitudine del secondo osservatore è: $\varphi = 60°$

CA. 2
Anche se molto vicina al Polo Nord Celeste la Stella Polare non coincide perfettamente con esso. All'epoca J2000 la distanza in declinazione era: $\Delta\delta = 90° - 89°\ 16' = 44'$. Dalla relazione che fornisce l'altezza minima sull'orizzonte di una stella: $h_{min} = -90° + \varphi + \delta$ e trascurando la precessione otteniamo: $\varphi = 90° + h_{min} - \delta = 90° + 26°\,36' - 89°\,16' = 27°\,20'$

CA. 6
Nei giorni in prossimità del solstizio d'estate il Sole si trova nella parte più settentrionale dell'eclittica e sua declinazione è $\delta_{\odot} \cong +23°\ 26'$. Al polo Nord l'equatore celeste coincide con l'orizzonte e quindi l'altezza del Sole sull'orizzonte ha lo stesso valore della sua declinazione. Al polo Nord nel suo moto apparente diurno in prossimità del solstizio il Sole percorre un cerchio parallelo all'orizzonte (un almucantarat) con altezza di circa + 23° senza mai tramontare. La Luna Piena si trova in posizione esattamente opposta al Sole, quindi, anche considerando l'inclinazione della sua orbita sull'eclittica,

pari a circa 5°, nel corso di quelle giornate si trova a un'altezza $h \cong -23° 26' - 5 \approx -18°$ *cioè sempre sotto l'orizzonte e l'orso non può vederla.*

CA.10

Solo ai poli tutte le stelle si spostano, a causa del moto diurno, parallelamente all'orizzonte (cioè lungo i cerchi di altezza) e la loro altezza resta invariata. Data la declinazione di Canopo (δ = -52° 41'), l'unico luogo della Terra dove quest'osservazione può essere fatta è il Polo Sud. Occorre infine che il Sole si trovi diversi gradi al di sotto dell'orizzonte, abbia cioè una declinazione negativa tale da rendere il cielo sufficientemente buio. Quindi l'osservazione è stata fatta nel periodo compreso tra circa un mese dopo l'equinozio di primavera e circa un mese prima di quello di autunno. ***Nota:*** *a prescindere dalla latitudine dell'osservatore l'altezza di una stella non cambia a causa del moto diurno se essa si trova esattamente in uno dei poli celesti, circostanza che non si verifica per Canopo.*

CA.13

Occorre calcolare a partire da quale latitudine il Sole risulta circumpolare almeno per un giorno. La declinazione del Sole (δ_{Sole}) *è sempre compresa nell'intervallo -23° 26' <* δ_{Sole} *< + 23° 26'. Affinché un astro risulti circumpolare deve valere la relazione* $\boldsymbol{\delta} > 90° - \varphi$. *Considerando la massima declinazione possibile per il Sole otteniamo:* $\varphi > 90° - \boldsymbol{\delta} = 90° - 23° 26' = 66° 34'$ *(latitudine del circolo polare artico). Due fattori estendono verso Sud il limite del "Sole di Mezzanotte", le dimensioni del disco solare (che ha un raggio di circa 16') e la rifrazione (che all'orizzonte ha un valore di ~ 35'). Questi due fattori portano il limite a* $\varphi > \sim 65° 43'$

CA. 17

Il 21 Marzo il Sole si trova nel punto γ, *quindi* $\alpha_{21\ \text{Marzo}}$ *= 0 h. Il 22 Settembre si trova nel punto della Bilancia, quindi* $\alpha_{22\ \text{Settembre}}$ *= 12 h. Ne segue che* $\alpha_{21\ \textit{Giugno}}$ *= 6 h e che* $\alpha_{21\ \text{Dicembre}}$ *= 18 h*

CA. 29

Il 21 marzo il Sole si trova nel punto γ, *quindi la sua ascensione retta è:* $\alpha_{\odot 21\ \text{Marzo}}$ *= 0 h. Il 23 Settembre il Sole si trova nel punto della Bilancia, quindi* $\alpha_{\odot 22\ \text{Settembre}}$ *= 12 h. Ne segue che* $\alpha_{\odot 21\ \textit{Giugno}}$ *= 6 h e che* $\alpha_{\odot 22\ \text{Dicembre}}$ *= 18 h. Quindi alla mezzanotte del 22 Dicembre passano al meridiano in direzione sud le stelle con ascensione retta che differisce di 12 ore da quella del Sole, ovvero quelle con* α *= 6 h. Tuttavia da Milano non è possibile osservare Canopo, poiché in una data località risultano visibili solo le stelle con:* $\boldsymbol{\delta > \varphi - 90}$ *e quindi a Milano saranno visibili le stelle con* δ *> 45° 28' – 90° >- 44° 32', di conseguenza la stella osservata era Sirio.*
Nota: per soluzioni più accurate occorre far riferimento al tempo siderale e considerare la differenza tra la longitudine del luogo di osservazione e la latitudine centrale del fuso orario, ovvero la differenza tra la longitudine del luogo di osservazione e il meridiano di Greenwich

KA. 22

Si tratta di un moto accelerato con accelerazione variabile. Poiché uno dei due corpi ha massa trascurabile rispetto all'altro, una soluzione approssimata per il tempo di caduta (t), trascurando il raggio della Terra, può essere ricavata dalla III legge di Keplero, considerando la traiettoria come un'ellisse estremamente schiacciata con il corpo di massa maggiore in uno dei fuochi. Si avrà:

$$t = \sqrt{\frac{\pi^2 d^3}{8\, G\, M}} \quad \textit{e quindi} \quad d = \sqrt[3]{\frac{8\, t^2 G\, M}{\pi^2}} = \sqrt[3]{\frac{8 \cdot 6.05 \cdot 10^{11} \cdot 6.674 \cdot 10^{-11} \cdot 5.97 \cdot 10^{24}}{\pi^2}} \cong 580 \cdot 10^3\ km$$

KA. 25

Applichiamo la terza legge di Keplero generalizzata assumendo trascurabile la massa della ISS. Otteniamo: $P = \sqrt{\frac{4\,\pi^2 \cdot (R_{Mercurio}+h)^3}{G \cdot M_{Mercurio}}} = \sqrt{\frac{39.48 \cdot 2.32 \cdot 10^{19}}{6.674 \cdot 10^{-11} \cdot 3.30 \cdot 10^{23}}} = \sqrt{41.6 \cdot 10^6} \cong 6450\ s = 1h\ 47.5m$

Il periodo sarebbe quindi più lungo anche se l'orbita sarebbe più corta, questo perché Mercurio ha una massa molto minore di quella della Terra.

KA. 47

Poiché l'Apollo 8 ha completato 10 orbite in 20 ore il periodo orbitale era: $P = \frac{20\ h}{10} = 2\ h = 7200\ s$

Dalla III legge di Keplero otteniamo:

$$a = \sqrt[3]{\frac{G\ M_{Luna}\ P^2}{4\ \pi^2}} = \sqrt[3]{\frac{6.674 \cdot 10^{-11} \cdot 7.35 \cdot 10^{22} \cdot 51.84 \cdot 10^6}{38.48}} = \sqrt[3]{6.60\ \cdot\ 10^{18}} \cong\ 1.88 \cdot 10^3\ m\ \cong 1880\ km$$

L'altezza (h) dal suolo lunare è: $h = a - R_{Luna} \cong 1880\ km - 1738\ km \cong 142\ km$.

Per calcolare la velocità orbitale ricaviamo la lunghezza di un'orbita e dividiamo per il periodo di rivoluzione:

$$L = 2\ \pi\ a \cong 11.8 \cdot 10^3\ km, \qquad V = \frac{L}{P} \cong \frac{11.8 \cdot 10^3\ km}{7200\ s} \cong 1.64\ \frac{km}{s}$$

KA. 48

Dalla III legge di Keplero il periodo di rivoluzione di un corpo di massa trascurabile intorno a una stella di massa (M) vale: $T = \sqrt{\frac{4 \cdot \pi^2 \cdot a^3}{G \cdot M}}$.

Il valore minimo del periodo si avrà quando: $a = R_{TERRA}$ e $M = 1.44\ M_{\odot}$

$$T = \sqrt{\frac{4 \cdot \pi^2 \cdot 2.594^{20}}{6.674 \cdot 10^{-11} \cdot 2.87 \cdot 10^{30}}} \cong 7.31\ s$$

La lunghezza dell'orbita è: $C = 2\ \pi\ R_{Terra} = 40074$ km, la velocità vale: $v = \frac{C}{T} \cong 5480\ \frac{km}{s} \cong 0.0183\ c$

KA. 52

Ricaviamo il nuovo periodo di rivoluzione della Terra alla III Legge di Keplero:

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2\ a^3}{G\ M_{\odot}}} = \sqrt{\frac{39.48 \cdot 3.348 \cdot 10^{33}}{6.674 \cdot 10^{-11} \cdot 1.00 \cdot 10^{30}}} \cong 44.5 \cdot 10^6\ s \cong 515\ \text{giorni}$$

Poiché il semiasse dell'orbita resta invariato, la lunghezza del parsec non cambia. Cambia invece la lunghezza di un anno luce: $1\ a.l. = 299792\ km/s \cdot 44.5 \cdot 10^6\ s \cong 1.33 \cdot 10^{13}\ km$.

Nota: *il valore dell'anno luce è definito utilizzando l'Anno Giuliano (=365.25 giorni), mentre nella soluzione si utilizza l'anno siderale, che fornisce comunque una buona approssimazione del valore cercato.*